RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 febbraio 1918.

A. Ròiti, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Chimica fisiologica. — *L'azione degli zuccheri sulla secrezione bronchiale* (1). Nota del Corrisp. D. Lo Monaco.

L'influenza degli zuccheri sulle secrezioni dell'organismo è un argomento che è stato trattato fin dal 1907 nell'Istituto di Chimica Fisiologica della R. Università di Roma da me diretto. In quell'anno e nel successivo il dott. Sterbini prima e il dott. Piantoni (2) dopo, eseguirono lunghe serie di ricerche nelle capre, e dimostrarono che gli zuccheri iniettati per vie ipodermiche influenzano la secrezione lattea che aumenta con le piccole dosi e diminuisce con le grandi, senza contemporanea modificazione nei costituenti del latte.

Questi risultati furono confermati nelle donne da un altro allievo del mio Istituto, il dott. U. Sammartino (3), il quale nella Clinica Ostetrica di Roma fece numerose osservazioni. Con esse rimase dimostrato che le dosi piccole di 1 gr. di saccarosio iniettato sotto cute davano rilevante aumento della secrezione lattea anche in donne che si alimentavano scarsamente, mentre dosi alte di 5 gr. giovavano per sollecitare la scomparsa della secrezione.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica Fisiologica della R. Università di Roma.

(2) Piantoni G., *Influenza degli zuccheri sulla secrezione lattea.* Arch. di Farm. Sp. e Sc. affini, Roma, vol. VII, 1908.

(3) Sammartino U., *La secrezione lattea e gl'idrati di carbonio iniettati sotto cute. Folia Gynaecologica*, Pavia, vol. VIII, 1913.

L'uso di queste iniezioni è entrato in pratica, e molte madri cui mai era riuscito allattare, sono rimaste entusiaste di questa terapia che loro ha permesso di compiere quella desiderata funzione. Dal prof. V. Nazzari (1) e dai dott. Ricci e D'Amato (2) venne confermata l'azione nelle mucche nelle quali si notò un aumento giornaliero nella secrezione lattea di 1,5 a 2 litri.

La dimostrata influenza degli zuccheri sulla secrezione lattea lasciava intravedere che anche le altre secrezioni con molta probabilità dovevano modificarsi sotto l'azione degl'idrati di carbonio. Questo complesso e faticoso studio sperimentale fu compiuto da me nel 1914 (3), ed i risultati ottenuti dimostrarono che anche le altre secrezioni come la salivare, la gastrica, la pancreatica, l'enterica, la biliare, la renale ecc., si modificano con le iniezioni di zucchero, diminuendo con le grandi dosi e aumentando con le piccole. Tale modo di comportarsi delle secrezioni per azione degli zuccheri, rappresenta un fatto del più alto interesse, e pone queste sostanze nella lista dei reattivi più sensibili dell'organismo al pari degli alcaloidi, mentre d'altra parte arricchisce la terapia di nuovi mezzi i quali oltrechè ad essere molto efficaci, sono pure innocui e di facile applicazione.

Numerose sono le ricerche precedenti sull'azione degli zuccheri, ma per ciò che riguarda la loro influenza sulle secrezioni poco o nulla si sapeva, se si eccettua l'uso dell'ingestione di forti quantità di soluzioni di lattosio per ottenere effetto diuretico. Ma dopo gli studî miei e dei miei allievi le applicazioni alla clinica di questo nuovo mezzo terapeutico si succedono con molta frequenza. Da me (4) negli animali e dal dott. Cosentino (5) nell'uomo fu studiata la secrezione biliare, mentre il prof. Crispolti (6) si occupò di quella renale nell'uomo sano e nell'uomo patologico. Contemporaneamente s'iniziarono le esperienze per stabilire il meccanismo di azione degli zuccheri, e il dott. Sammartino (7) dimostrò con le circolazioni artificiali negli organi staccati, che i vasi sanguigni si dilatano con le piccole dosi e si restringono con le forti.

(1) Vedi Lo Monaco, *L'azione degli zuccheri sulle secrezioni.* Arch. di Farm. Sp. e Sc. affini, Roma, vol. XVII, 1914.

(2) Ricci R. e D'Amato A., *L'aumento della secrezione lattea nelle mucche per effetto delle iniezioni sottocutanee degl'idrati di carbonio.* Agricoltura Italiana, Pisa, 1914.

(3) Lo Monaco D., Op. e loc. cit.

(4) Lo Monaco D., *L'azione degli zuccheri sulla secrezione biliare.* Arch. di Farm. Sp. e Sc. affini, Roma, vol. XXI, 1916.

(5) Cosentino G. C., *L'influenza degl'idrati di carbonio sulla secrezione biliare nell'uomo.* Rass. di Clin. e Terap., Roma, 1916.

(6) Crispolti C. A., *Azione degli zuccheri sulla secrezione renale e sulla circolazione nell'uomo.* Il Policlinico, Roma, vol. XXII, M. 1915.

(7) Sammartino U., *L'azione degli zuccheri sui vasi sanguigni.* Arch. di Farm. Sp. e Sc. affini, Roma, vol. XIX, 1915.

La reazione che essi presentano è rapida ed energica. Si osservò infatti che mentre la dilatazione può arrivare al doppio, il restringimento riduce la quantità di sangue che fluisce nell'unità di tempo a un sesto della quantità iniziale o normale che dir si voglia. Con un altro lavoro il Sammartino [1] escluse che gli zuccheri avessero influenza sulla coagulazione del sangue. Restò quindi dimostrata con grande evidenza l'azione sui vasi sanguigni, la quale si deve sommare con quella sull'epitelio glandulare che intensifica l'effetto utile sulle secrezioni. Ciò venne sostenuto da me sperimentalmente, e dimostrato istologicamente dal dott. Cuzzi nel tessuto glandulare della mammella nelle cagne.

Altri lavori già pubblicati riguardano l'azione degli zuccheri nella malattia. Il dott. Cosentino [2] ne studiò l'effetto nelle cardiopatie, nelle nefropatie e nelle emorragie interne; mentre il prof. Piantoni [3] ne seguì l'andamento nell'inanizione e nel colera. I dott. Liotta [4] e Barba Morrihy [5] poi hanno applicato esternamente la soluzione di saccarosio da me adoperata sempre per iniezione sia nelle ferite settiche, sia nelle emorragie superficiali o cavitarie delle operazioni chirurgiche.

Queste pubblicazioni, che hanno messo in evidenza la rapida azione detersiva ed emostatica nelle ferite e quella astringente sui vasi sanguigni di questa sostanza, lasciavano sperare altre applicazioni dello zucchero nelle malattie dove si ha produzione di pus. La gonorrea, il catarro vescicale e le malattie polmonari sono i processi che hanno attirato la mia attenzione. Per ora riferisco gl'importanti risultati ottenuti, iniettando il saccarosio negli ammalati in cui la secrezione bronchiale era copiosa. Prima dirò brevemente che questa va di pari passo con l'aumentata circolazione polmonare. Infatti in tutti i trattati di Patologia Medica si trova che la mucosa bronchiale nei catarri acuti ha un colorito spiccatamente rosso, i vasi sono pieni e in molti punti si possono seguire coll'occhio. Delle volte si arriva anche allo stravaso del sangue, cosicchè si possono trovare ecchimosi sottoepiteliali. Ma oltre al rossore normale in questi casi la mucosa bronchiale è tumefatta e succulenta, si osserva allora su di essa un fluido tenace,

(1) Sammartino U., *L'azione degli zuccheri sul potere coagulante del sangue.* Rassegna di Clin. e Terap., Roma, 1916.

(2) Cosentino G. C., *Gl'idrati di carbonio nelle cardiopatie e nelle nefropatie,* Rass. di Clin. e Terap., Roma, 1916; e *Gl'idrati di carbonio nelle emorragie.* Arch. di Farm. Sp. e Sc. affini, Roma, vol. XXI, 1916.

(3) Piantoni G., *Il saccarosio per via ipodermica ed endovenosa negli stati di inanizione e nel colera.* Arch. di Farm. Sp. e Sc. affini, Roma, vol. XXIV; 1917.

(4) Liotta D., *Gli zuccheri nelle ferite.* Arch. di Farmac. Sp. e Sc. affini, Roma, vol. XXIII, 1917.

(5) Barba Morrihy C., *Azione emostatica degli zuccheri direttamente applicati sulle ferite.* Arch. di Farm. Sp. e Sc. affini, Roma, vol. XXIV, 1917.

filante oppure verdognolo, opaco e purulento. Queste condizioni si presentano più o meno intense in tutte le malattie dell'albero respiratorio.

Contro le condizioni patologiche su riportate che si manifestano con una quantità di sintomi tra i quali mai mancano la tosse e l'espettorato muco-purulento, la terapia interviene con i farmaci di azione astringente ed espettorante allo scopo ultimo di rendere secca la mucosa bronchiale. Però la massima parte di queste sostanze, per non dire tutte, presentano contemporaneamente le due azioni combinate; e mentre l'influenza sulla espettorazione è evidente e facilmente dimostrabile, l'azione essiccante non è appoggiata da nessuna esperienza. Nei processi bronco-polmonari cronici poi, i farmaci che più si adoperano sono i balsamici, i quali eliminandosi in parte per le vie polmonari, modificano l'escreato, rendendolo più fluido e più facile all'espettorazione, cioè ad essere allontanato dal posto dove è stato formato e dove costituisce oggetto ingombrante e nocivo, perchè arresta la funzione del bronchiolo che riempie.

I risultati ottenuti con le iniezioni di zucchero sono degni di grande considerazione, e differiscono da quelli di cui brevemente ho riferito, riguardanti la comune medicazione bronchiale per la via orale.

Lo zucchero in soluzione iniettatata sotto cute negli ammalati dell'albero respiratorio determina in modo rapido *una diminuzione nella quantità dell'escreato bronchiale, il quale mano mano si riduce cessando spesso completamente.* La riprova che l'essiccamento bronchiale sia dovuto alla cura dello zucchero, si ottenne sospendendo le iniezioni, quando ancora il processo non era terminato. L'escreato allora ricompare dopo un silenzio di alcuni giorni e la sua quantità grado grado aumenta fino a raggiungere quella iniziale. I protocolli di queste ricerche fatte dietro mio consiglio in un Ospedale del fronte, dal dott. Lucherini su soldati malati di bronco-polmonite specifica molto grave ed avanzata, sono in corso di pubblicazione.

In base poi ai risultati ottenuti che assodano l'energica azione degli zuccheri sulla secrezione bronchiale, ho consigliato altre ricerche con le quali mi propongo di vedere se la cura continuata per lunghissimo periodo ed iniziata nei varî stadî della malattia, riesca a modificare le condizioni anatomiche e cliniche del polmone. Dall'osservazione dei casi in cui si è praticata la cura, si può dedurre che la scomparsa del secreto si è ottenuta quando all'esame clinico il polmone non presenta dilatazioni bronchiali forti o caverne polmonari, mentre quando esistono queste lesioni, il secreto diminuisce ma non cessa. Inutile aggiungere come la cura da me proposta, in altre malattie dell'albero respiratorio di indole non infettiva che mi propongo di prendere in esame, debba riuscire ancora più efficace che in quelle specifiche.

Occorre ora interpretare il meccanismo di azione dello zucchero sulla secrezione bronchiale, ma prima metterò in rilievo alcuni dei vantaggi che

questa medicazione presenta su quella finora comunemente adoperata. In primo luogo con la nuova cura si evitano i disturbi delle funzioni gastro-enteriche, mentre essi sono molto frequenti quando si adoperano i farmaci espettoranti che producono spesso anorressia, nausea, diarrea ed altri malesseri insopportabili per l'ammalato, che spesso finisce col preferire la tosse e quindi il ritardo della guarigione, alle sofferenze gastro-intestinali che gli procurano i medicamenti. Ne viene così di conseguenza un deterioramento della nutrizione; mentre viceversa la medicazione sottocutanea dello zucchero non lede il normale funzionamento degli organi digestivi, e sviluppa nello stesso tempo una buona quantità di calorie, perchè in parte esso viene bruciato nell'organismo.

Le iniezioni di saccarosio non sono poi affatto dolorose, specie se fatte intramuscolari. Mai il Sammartino notò simile inconveniente, pure avendo praticato tali iniezioni in dosi forti a molte donne allo scopo di sollecitare la scomparsa della secrezione lattea. L'indolorabilità di esse ne permette l'uso prolungato, che, come abbiamo visto negli animali, non porta per le quantità adoperate alcun danno all'organismo. Nelle persone denutrite per lungo processo tubercolare, sprovviste quindi di pannicolo adiposo, e con muscoli sottili, si può aggiungere alla soluzione qualche centigrammo di cocaina allo scopo di evitare il dolore dovuto allo scollamento dei tessuti denutriti. La cura quindi dello zucchero può prolungarsi quanto si vuole, mentre viceversa con la somministrazione dei comuni espettoranti, nessun medico può vantarsi di avere con essi guarito un processo polmonare, poichè in questi casi, o per una ragione o per un'altra, la pozione viene presto sospesa o cambiata per poi essere del tutto abbandonata, prima che sia avvenuta la guarigione. Ma anche nel caso che essa venga presa regolarmente e ripetutamente, mai la scomparsa dell'espettorato precede la guarigione dell'affezione dell'albero respiratorio, anzi si nota sempre che l'emissione del secreto bronchiale fra tutti i sintomi è quello che più si prolunga e che finisce per ultimo.

Cosicchè la medicazione che viene ora proposta consistente in una semplice iniezione intramuscolare quotidiana di 4 o 5 cc. o in due di 2,5 cc. di soluzione di zucchero, deve ritenersi informata a un nuovo concetto di meccanismo terapeutico mai finora seguìto. Essa merita la dovuta considerazione dei clinici e dei medici, perchè, riuscendo con essa a diminuire o a far scomparire completamente il secreto bronchiale, il decorso ed i sintomi delle malattie dell'albero respiratorio dovrebbero cambiare di tipo e presentarsi diversissime da quello che comunemente si osserva.

Tenendo presente le anzidette premesse, sarà più facile stabilire come si esplica l'azione dello zucchero sulla secrezione bronchiale. In primo luogo è degno di ricordo il fatto che in tutte le pozioni espettoranti si aggiungono sempre forti quantità di sciroppi, i quali vengono adoperati contro la

tosse per agevolare l'espettorazione, attribuendosi loro un'azione non ben determinata che suol chiamarsi emolliente. Con le nuove esperienze è molto probabile che questo effetto utile che si limita alle primissime vie respiratorie, si debba spiegare come dipendente dall'azione costrittiva vasale che conseguentemente fa diminuire la tumefazione della mucosa. Quest'azione di contatto è molto leggera e fugace, mentre più energica e più persistente ed interessante tutto l'albero respiratorio si presenta quella dovuta alle iniezioni di zucchero. Le esperienze già rammentate del Sammartino sui vasi sanguigni e quelle mie e degli altri miei allievi sulle secrezioni, indicano che all'azione sui vasi dell'albero respiratorio si deve accoppiare quella sui vasi linfatici e sulle ghiandole mucipare, le quali al pari di tutte le altre glandule, devono essere influenzate dagl'idrati di carbonio. Non è inverosimile che questi esercitino pure un'azione sugli elementi muscolari lisci dei piccoli e dei grandi bronchi. A questa deduzione si può arrivare rammentando da una parte la rapida guarigione ottenuta con le iniezioni di zucchero in due casi di pertosse studiati dal dott. La Grotteria nell'Ospedale del Bambin Gesù di Roma, e dall'altra che da molti si sostiene che la patogenesi di questa malattia risieda nello spasmo dei medesimi elementi, cioè delle fibre muscolari lisce dei piccoli bronchi.

Non si può in base ai pochi casi studiati stabilire in modo completo la portata clinica di questo nuovo metodo terapeutico, ma di esso si può fin d'ora prevedere che sarà largamente utilizzato. La graduale diminuzione del secreto bronchiale e a più forte ragione la scomparsa di esso devono certamente influire sul processo morboso e sulla vitalità e prolificità del bacillo tubercolare. Evidentemente sarà così favorito l'arresto delle degenerazioni dei tessuti polmonari e di tutte le altre complicanze che sono causa della formazione delle caverne e della inguaribilità della malattia; mentre d'altra parte il polmone non più sottoposto al maggior lavoro per la presenza della grande quantità del secreto, verrebbe ricondotto in uno stato di normale tranquillità funzionale. Il meccanismo d'azione nella guarigione nel nostro caso non sarebbe eguale a quello del pneumo-torace artificiale di Forlanini, poichè con questa cura il polmone si mette in completo riposo. Esso non può più dilatarsi perchè compresso dal gas; sono così annullate tutte le funzioni respiratorie ed anche la circolazione si riduce di molto. Cessano in questo modo le condizioni necessarie per la produzione del secreto bronchiale e per la molteplicità del bacillo, e la lesione tubercolare ha tutto il tempo di potere cicatrizzarsi. Nel nostro caso invece il polmone continua a dilatarsi e la guarigione avverrebbe per la scomparsa della secrezione bronchiale che porterebbe come conseguenza ultima la scomparsa del bacillo tubercolare. Per ora mi limito a concludere che le iniezioni di zucchero diminuiscono il secreto bronchiale anche nei casi più gravi di tubercolosi. Contemporaneamente si osserva pure la diminuzione della tosse e

dei sudori notturni. Quest'ultimo fatto colma una lacuna del nostro studio sulle secrezioni, poichè non era stato possibile studiare l'azione degl'idrati di carbonio sul sudore negli animali di laboratorio.

Dalla diffusione dell'uso delle iniezioni di zucchero nei tubercolotici si può prevedere anche un altro grande vantaggio profilattico. È noto infatti che una delle principali cause della contagiosità della tisi è dovuta all'ingestione e alla respirazione degli sputi secchi tubercolari pieni di bacilli che si sollevano con il pulviscolo atmosferico. Ne viene di conseguenza che limitando la quantità dell'escreato polmonare, il pericolo della infezione della tisi dovrebbe diminuire. Tutto quello infatti che rende sterili gli sputi è dall'igiene raccomandato in tutti i modi e in tutti i sensi; e quindi il pericolo di contagiosità si ridurrebbe pure, se la quantità degli sputi diminuisse o se essi mancassero del tutto. C'è quindi da aver fiducia che la nuova cura della *saccarificazione* che ha su quella del Forlanini il vantaggio di essere più semplice e di potersi fare ambulatoriamente, entrerà presto nella terapia delle affezioni dell'albero respiratorio.

Matematica. — *Alcune linee e superficie collegate con una linea gobba.* Nota di C. Burali-Forti, presentata dal Corrispondente R. Marcolongo.

Quanto espongo in questa breve Nota serve di complemento ai risultati da me esposti in *Sopra alcune superficie rigate dipendenti dalle indicatrici sferiche di una curva gobba* (1).

1. Valgono le notazioni poste nella Nota ora citata. Essendo: O un punto fisso, $\mathbf{u}$ un vettore unitario funzione dell'arco s della linea gobba P ma invariabilmente collegato con $\mathbf{t}, \mathbf{n}, \mathbf{b}$ (cioè $\mathbf{u} \times \mathbf{t}, \mathbf{u} \times \mathbf{n}, \mathbf{u} \times \mathbf{b}$ costanti) e posto

$$\mathbf{f} = \frac{1}{\varrho}\mathbf{b} - \frac{1}{\tau}\mathbf{t}$$

si ha il teorema:

Le traiettorie ortogonali dei piani uscenti da O *e normali ad* $\mathbf{u}$ *sono linee sferiche tracciate in sfere di centro* O. *Se* H *è il punto generico di tali traiettorie, allora*

$$\text{(1)} \qquad \mathrm{H} = \mathrm{O} + r(\cos\varphi + \cos\varphi \cdot \mathbf{u}\wedge)\,\mathbf{v}$$

ove: $\mathbf{v}$ *è vettore unitario normale ad* $\mathbf{u}$ *invariabilmente collegato con* $\mathbf{t}, \mathbf{n}, \mathbf{b}$, *ma del resto arbitrario*;

$$\text{(2)} \qquad d\varphi/ds = -\mathbf{f}\times\mathbf{u}, \quad \textit{cioè}, \quad \varphi = h - \int_0 \mathbf{f}\times\mathbf{u}\,.\,ds;$$

r ed h sono delle costanti arbitrarie.

(1) Questi Rendiconti, vol. XXIII, ser. 5ª, 2° sem., pp. 201-208.

Posto $\mathbf{w} = \mathbf{u} \wedge \mathbf{v}$ si ha in generale

$$(a) \qquad H = O + r(\cos\varphi \,.\, \mathbf{v} + \operatorname{sen}\varphi \,.\, \mathbf{w})$$

per il punto generico H del piano $O|\mathbf{u}$. Si devono determinare r, φ in funzione di s in modo che, H', indicando con gli apici le derivate rispetto ad s, sia parallelo ad $\mathbf{u}$. Ora si ha

$$H' = r'(\cos\varphi \,.\, \mathbf{v} + \cos\varphi \,.\, \mathbf{w}) + r\varphi'(-\operatorname{sen}\varphi \,.\, \mathbf{v} + \cos\varphi \,.\, \mathbf{w}) + \\ + r\mathbf{f} \wedge (\cos\varphi \,.\, \mathbf{v} + \operatorname{sen}\varphi \mathbf{w})$$

da cui si ha subito

$$(3) \qquad H' = (r'/r).(H - O) + \varphi'.\, \mathbf{u} \wedge (H - O) + \mathbf{f} \wedge (H - O)$$
$$\mathbf{u} \wedge H' = (r'/r).\, \mathbf{u} \wedge (H - O) - (\varphi' + \mathbf{f} \times \mathbf{u}).(H - O);$$

ma i vettori $\mathbf{u} \wedge (H - O)$, $H - O$ sono ortogonali e quindi $\mathbf{u} \wedge H' = 0$ solamente quando

$$r'/r = 0 \quad \text{e} \quad \varphi' + \mathbf{f} \times \mathbf{u} = 0$$

il che dimostra il teorema [1].

2. Dando ad $\mathbf{u}$, rispettivamente, i valori, $\mathbf{t}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{b}$ si ha, ordinatamente,

$$\varphi' = 1/\tau \quad , \quad \varphi' = 0 \quad , \quad \varphi' = -1/\varrho$$

e quindi: *Per* $\mathbf{u}$ *coincidente con* $\mathbf{t}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{b}$ *i vettori* $H - O$ *sono paralleli alle tangenti delle curve che hanno la normale principale parallela, rispettivamente, ai vettori* $\mathbf{t}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{b}$ [2].

In particolare: *Per* $\mathbf{u} = \mathbf{t}$ *le linee sferiche* H *sono tali che* $P + (H - O)$ *è una linea parallela alla linea* P [3].

3. Il punto H dato dalla (1) è funzione delle tre variabili indipendenti s, r, h e dà, quindi, un triplo sistema di superficie; $s = \text{cost.}$, *piani uscenti da* O; $r = \text{cost.}$, *sfere di centro* O; $h = \text{cost.}$, *coni di vertice* O.

Per le derivate parziali di H rispetto ad s, r, h si ha

$$(4) \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial H}{\partial s} = -\mathbf{f} \wedge \mathbf{u} \times (H - O).\, \mathbf{u} \quad , \quad \dfrac{\partial H}{\partial r} = \dfrac{1}{r}(H - O), \\ \dfrac{\partial H}{\partial h} = \mathbf{u} \wedge (H - O). \end{cases}$$

[1] Cfr. la mia Nota citata a pag. 205 per il piano α in cui $m = 0$. Per $m \neq 0$ le traiettorie ortogonali dei piani α dipendono da una equazione differenziale di 2° ordine in φ.

[2] C. Burali-Forti, *Introduction à la Géométrie différentielle*, Paris, Gauthier-Villars, 1897, pag. 145.

[3] C. Burali-Forti, *Equivalenti omografiche delle formule di Frenet. Linee e superficie parallele* (Atti R. Acc^a di Torino, vol. 52, 1916-17).

La seconda e terza delle (4) si ottengono dalle (2), (a) in modo ovvio. La prima si ottiene dalla (3) osservando che per essere $r' = 0$ e $\varphi' = -\mathbf{f} \times \mathbf{u}$ si ha

$$\varphi' \mathbf{u} + \mathbf{f} = \mathbf{f} - \mathbf{f} \times \mathbf{u} \,.\, \mathbf{u} = \mathbf{u} \wedge (\mathbf{f} \wedge \mathbf{u})$$

e quindi

$$(\varphi' \mathbf{u} + \mathbf{f}) \wedge (\mathrm{H} - \mathrm{O}) = \{\mathbf{u} \wedge (\mathbf{f} \wedge \mathbf{u})\} \wedge (\mathrm{H} - \mathrm{O}) = -\mathbf{f} \wedge \mathbf{u} \times (\mathrm{H} - \mathrm{O}) \,.\, \mathbf{u} \,.$$

Essendo i vettori (4) due a due ortogonali segue subito che: *Le superficie* s, r, $h = \text{cost.}$, *formano un sistema triplo ortogonale e le linee comuni a due superfici qualunque del sistema sono di curvatura per le superficie stesse.*

In particolare. *Su di una superficie sferica di centro* O ($r = \text{cost.}$) *le linee* $s = \text{cost.}$, $h = \text{cost.}$ *formano un doppio sistema ortogonale il cui inviluppo è descritto dal punto*

$$\mathrm{K} = \mathrm{O} \pm r \frac{(\mathbf{u} \wedge \mathbf{f}) \wedge \mathbf{u}}{\mathrm{mod}\,(\mathbf{u} \wedge \mathbf{f})} \,. \tag{5}$$

Che il doppio sistema è ortogonale risulta subito dalle (4). Per l'inviluppo deve essere $(\partial \mathrm{H}/\partial s) \wedge (\partial \mathrm{H}/\partial h) = 0$, cioè, per le (4) $\mathbf{f} \wedge \mathbf{u} (\mathrm{H} - \mathrm{O}) = 0$; ma si ha pure $\mathbf{u} \times (\mathrm{H} - \mathrm{O}) = 0$ e quindi $\mathrm{H} - \mathrm{O}$ deve esser parallelo ad $(\mathbf{u} \wedge \mathbf{f}) \wedge \mathbf{u}$, il che dà, ovviamente la (5) [cfr. mia Nota, 1° teorema a pag. 208 per i casi particolari $\mathbf{u} = \mathbf{t}, \mathbf{n}, \mathbf{b}$ rispettivamente, per i quali la (5) dà rispettivamente

$$\mathrm{K} = \mathrm{O} \pm r\mathbf{b} \quad , \quad \mathrm{K} = \mathrm{O} \pm r\mathbf{f}/\mathrm{mod}\,\mathbf{f} \quad , \quad \mathrm{K} = \mathrm{O} \pm r\mathbf{t}] \,.$$

4. Ci proponiamo ora di determinare: *tutte le superficie rigate che hanno la linea* P *per linea di curvatura.*

Per il vettore unitario $\mathbf{N}_0$ parallelo alla normale in P alla superficie si deve avere

$$\mathbf{N}_0 = \cos\varphi \,.\, \mathbf{n} + \mathrm{sen}\,\varphi \,.\, \mathbf{b}$$

con φ funzione di s tale che $\mathbf{N}_0'$ parallelo a $\mathbf{t}$, affinchè la linea P possa essere di curvatura per la rigata che contiene la linea P. Siamo cioè nel caso del n. 1 per $r = 1$, $\mathbf{u} = \mathbf{t}$, $\mathbf{v} = \mathbf{n}$, $\mathbf{w} = \mathbf{b}$ e dovrà quindi essere

$$\varphi' = -\mathbf{f} \times \mathbf{t} = 1/\tau \,.$$

Se $\mathbf{u}$ è il vettore unitario che dà la direzione della generatrice uscente da P, ed $\mathbf{u}$ fa l'angolo ψ, funzione di s, con $\mathbf{t}$, allora

$$\mathbf{u} = \cos\psi \,.\, \mathbf{t} + \mathrm{sen}\,\psi \,.\, \mathbf{N}_0 \wedge \mathbf{t}$$

e si ha il teorema:

Tutte le superficie rigate che hanno la linea P *come una linea di*

curvatura sono descritte dalla retta Pu, *essendo* u *vettore unitario, funzione di* s, *dato da*

$$(6)\quad \mathbf{u} = \cos\psi\,.\,\mathbf{t} + \operatorname{sen}\psi\left\{\operatorname{sen}\left(h + \int_0 ds\,\tau\right).\,\mathbf{n} - \cos\left(h + \int_0 ds/\tau\right).\,\mathbf{b}\right\},$$

ove ψ *è funzione arbitraria di* s *e* h *è una costante arbitraria.*

Segue pure [cfr. n. 2] che: *Essendo* P *linea di curvatura per la rigata* Pu, *il punto* $\mathrm{P} + r\mathbf{N}_0$, *con* r *costante arbitraria, descrive una linea parallela alla linea* P [1].

[1] Come problemi analoghi si hanno i seguenti: *determinare* u *in modo che la linea* P *sia, traiettoria ortogonale delle generatrici, o geodetica, o assintotica, o linea di stringimento per la rigata* Pu.

Nei primi tre casi è ovvio che basta porre

$$\mathbf{u} = \cos\psi\mathbf{n} + \operatorname{sen}\psi\mathbf{b} \quad , \quad \cos\psi\mathbf{b} + \operatorname{sen}\psi\mathbf{t} \quad , \quad \cos\psi\mathbf{t} + \operatorname{sen}\psi\mathbf{n},$$

rispettivamente, con ψ funzione arbitraria di s.

Per il quarto caso si ha invece:

$$(a)\qquad \mathbf{u} = \cos\psi\mathbf{t} - \varrho\psi'\operatorname{sen}\psi\mathbf{n} + \sqrt{1 - (\varrho\psi')^2}\operatorname{sen}\psi\mathbf{b}$$

con ψ *funzione di* s *tale che* $(\varrho\psi')^2 \leqq 1$ *in tutto il campo di variazione di* s, *ma del resto arbitraria.*

Basta infatti osservare che la linea P è di *stringimento* per la rigata Pu solo quando [cfr. 2ª Nota] $\mathbf{u}' \times \mathbf{t} = 0$; ma si ha $\mathbf{u} \times \mathbf{t} = \cos\psi$ e quindi, derivando. $\mathbf{u} \times \mathbf{n} = -\varrho\psi'\operatorname{sen}\psi$, vale a dire

$$\mathbf{u} = \cos\psi\mathbf{t} - \varrho\psi'\operatorname{sen}\psi\mathbf{n} + \lambda\mathbf{b}$$

e dovendo essere $\mathbf{u}^2 = 1$ si ha $\lambda = \sqrt{1 - (\varrho\psi')^2}\operatorname{sen}\psi$.

Supposto che la linea P sia di *stringimento* per la rigata Pu ed avendo $\mathbf{N}_0$ il precedente significato si ha

$$\mathbf{N}_0 = (\mathbf{t} \wedge \mathbf{u})/\operatorname{sen}\psi \quad \text{e quindi} \quad \mathbf{u}' = k\mathbf{N}_0,$$

perchè $\mathbf{u}'$ è normale ad $\mathbf{u}$ e a $\mathbf{t}$, con k funzione di s e precisamente, come è ovvio, $k = (\mathbf{t} \times \mathbf{u} \wedge \mathbf{u}')/\operatorname{sen}\psi$. Nel punto generico $\mathrm{Q} = \mathrm{P} + x\mathbf{u}$ della generatrice Pu, per il vettore N parallelo alla normale in Q alla superficie, si può evidentemente porre

$$\mathbf{N} = \cos\theta\,.\,\mathbf{N}_0 + \operatorname{sen}\theta\,.\,\mathbf{N}_0 \wedge \mathbf{u};$$

ma d'altra parte N è parallelo a

$$(\mathbf{t} + x\mathbf{u}') \wedge \mathbf{u} = \operatorname{sen}\psi\mathbf{N}_0 + xk\,.\,\mathbf{N}_0 \wedge \mathbf{u}$$

e quindi si ha

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{xk}{\operatorname{sen}\psi}, \quad \text{cioè} \quad x = \frac{\operatorname{sen}\psi}{k}\operatorname{tg}\theta$$

e $\operatorname{sen}\psi/k$ è il *parametro distributore* di Chasles. Derivando la (a) rispetto ad s si può ottenere k e $\operatorname{sen}\psi/k$ in funzione di ψ e degli elementi della linea P.

Matematica. — *Una espressione differenziale vettoriale alternata.* Nota di ANGELO PENSA, presentata dal Corrisp. R. MARCOLONGO.

Il punto P varia in un campo (continuo, derivabile) a tre o due dimensioni; α, β sono *omografie*, ed $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ *vettori* funzioni del punto P; $\mathbf{a}, \mathbf{u}, \mathbf{v}$ sono *vettori* indipendenti da P (costanti); Φ è l'operatore omografico binario definito ponendo:

$$[0] \qquad \Phi(\alpha, \beta) = \mathrm{Rot}(\alpha\beta) - \mathrm{Rot}\,\alpha \,.\, \beta\,,$$

e che viene introdotto solo per abbreviare la scrittura (1).

Principale oggetto di questa Nota è la formula generale seguente:

$$[1] \qquad \frac{d\alpha}{dP}\beta\mathbf{x} \,.\, \gamma\mathbf{y} - \frac{d\alpha}{dP}\beta\mathbf{y} \,.\, \gamma\mathbf{x} = \\ = \mathrm{K}\{\mathrm{C}\beta \,.\, \Phi(\mathrm{K}\gamma, \mathrm{K}\alpha) - \Phi[\mathrm{K}\beta \,.\, \mathrm{K}\gamma, \mathrm{K}\alpha]\}(\mathbf{x} \wedge \mathbf{y})\,,$$

che per β, oppure γ invertibili, assume le forme:

$$[1'] \qquad \frac{d\alpha}{dP}\beta\mathbf{x} \,.\, \gamma\mathbf{y} - \frac{d\alpha}{dP}\beta\mathbf{y} \,.\, \gamma\mathbf{x} = \mathrm{K}\Phi[\mathrm{K}(\gamma\beta^{-1}), \mathrm{K}\alpha] \,.\, \mathrm{R}\beta(\mathbf{x} \wedge \mathbf{y})\,.$$

$$[1''] \qquad \frac{d\alpha}{dP}\beta\mathbf{x} \,.\, \gamma\mathbf{y} - \frac{d\alpha}{dP}\beta\mathbf{y} \,.\, \gamma\mathbf{x} = \\ = \{\mathrm{K}\,\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha \,.\, \mathrm{CK}(\beta\gamma^{-1}) - \mathrm{K}\Phi[\mathrm{K}(\beta\gamma^{-1}), \mathrm{K}\alpha]\} \,.\, \mathrm{R}\gamma(\mathbf{x} \wedge \mathbf{y})\,.$$

La dimostrazione della [1], e quindi delle [1'], [1''], è basata sulla formula:

$$[2] \qquad 2\mathrm{V}\left(\alpha \,.\, \frac{d(\beta\mathbf{a})}{dP} \,.\, \gamma\right) = \{\mathrm{C}\gamma \,.\, \Phi(\alpha \,.\, \beta) - \Phi(\mathrm{K}\gamma \,.\, \alpha, \beta)\}\mathbf{a}\,,$$

dalla quale risultano pure le formule notevoli:

$$[3] \qquad 2\mathrm{V}\left(\alpha \,.\, \frac{d\beta}{dP}\mathbf{a} \,.\, \gamma\right) = \\ = \{\mathrm{C}\gamma \,.\, \Phi(\alpha, \beta) - \Phi(\mathrm{K}\gamma \,.\, \alpha, \beta) + \mathrm{R}'(\alpha \,.\, \mathrm{K}\,\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\beta \,.\, \mathrm{K}\gamma)\}\mathbf{a}$$

$$[4] \qquad 2\mathrm{V}\left(\alpha \,.\, \mathrm{K}\,\frac{d(\beta\mathbf{a})}{dP} \,.\, \gamma\right) = \\ = \{\mathrm{C}\gamma \,.\, \Phi(\alpha, \beta) - \Phi(\mathrm{K}\gamma \,.\, \alpha, \beta) - \mathrm{R}'(\alpha, \mathrm{K}\gamma) \,.\, \mathrm{Rot}\,\beta\}\alpha\,.$$

(1) Si ha subito:

$$\Phi(1, \beta) = \mathrm{Rot}\,\beta \quad ; \quad \Phi(\alpha, 1) = 0\,;$$
$$\Phi(\alpha\beta, \gamma) + \Phi(\alpha, \beta)\gamma = \Phi(\alpha, \beta\gamma)\,.$$

Dimostreremo ora queste formule [1].

1. Cominciamo col dimostrare la [2]. Si ha (cfr. *b*):

$$\frac{d(\alpha\beta\mathbf{a})}{dP} = \alpha\,\frac{d(\beta\mathbf{a})}{dP} + \frac{d\alpha}{dP}\,\beta\mathbf{a} - \mathrm{K\,Rot\,K}\alpha\,.\,(\beta\mathbf{a})\wedge,$$

e quindi

$$(h)\qquad 2\mathrm{V}\left[\alpha\cdot\frac{d(\beta\mathbf{a})}{dP}\cdot\gamma\right] = 2\mathrm{V}\left[\frac{d(\alpha\beta\mathbf{a})}{dP}\,\gamma\right] - 2\mathrm{V}\left[\frac{d\alpha}{dP}\,\beta\mathbf{a}\,.\,\gamma\right] + \\ + 2\mathrm{V}\left[\mathrm{K\,Rot\,K}\alpha\,.\,(\beta\mathbf{a})\wedge.\,\gamma\right].$$

Il primo e terzo termine del secondo membro si sanno già calcolare [cfr. *c*), n. 3, formula (2′); *d*), § 3, formula (5)]; rimane da calcolare il secondo.

Si ha [cfr. A. V. G., vol. I, nn. 8, 15, 37, 38; e vol. II, pag. 237, form. (4′)]:

$$2\mathrm{V}\left(\frac{d\alpha}{dP}\,\beta\mathbf{a}\,.\,\gamma\right)\times\mathbf{u}\wedge\mathbf{v} = \mathbf{v}\times\left(\frac{d\alpha}{dP}\,\beta\mathbf{a}\right)\gamma\mathbf{u} - \mathbf{u}\times\left(\frac{d\alpha}{dP}\,\beta\mathbf{a}\right)\gamma\mathbf{v} =$$

$$= \mathbf{u}\times\mathrm{K}\gamma\cdot\left(\frac{d\mathrm{K}\alpha}{dP}\,\beta\mathbf{a}\right)\mathbf{v} - \mathbf{v}\times\mathrm{K}\gamma\cdot\left(\frac{d\mathrm{K}\alpha}{dP}\,\beta\mathbf{a}\right)\mathbf{u} =$$

$$= \mathbf{u}\times\mathrm{K}\gamma\cdot\left[\frac{d(\mathrm{K}\alpha\mathbf{v})}{dP}\,\beta\mathbf{a}\right] - \mathbf{v}\times\mathrm{K}\gamma\cdot\left[\frac{d(\mathrm{K}\alpha\mathbf{u})}{dP}\,\beta\mathbf{a}\right] =$$

$$= (\beta\mathbf{a})\times\left\{\mathrm{K}\,\frac{d(\mathrm{K}\alpha\mathbf{v})}{dP}\cdot\gamma\mathbf{u} - \mathrm{K}\,\frac{d(\mathrm{K}\alpha\mathbf{u})}{dP}\cdot\gamma\mathbf{v}\right\} =$$

$$= (\beta\mathbf{a})\times\left\{\frac{d(\mathrm{K}\alpha\mathbf{v})}{dP}\cdot\gamma\mathbf{u} - \frac{d(\mathrm{K}\alpha\mathbf{u})}{dP}\cdot\gamma\mathbf{v} + \mathrm{rot}(\mathrm{K}\alpha\mathbf{u})\wedge\gamma\mathbf{v} - \mathrm{rot}(\mathrm{K}\alpha\mathbf{v})\wedge\gamma\mathbf{u}\right\} =$$

$$= (\beta\mathbf{a})\times\left\{\frac{d\mathrm{K}\alpha}{dP}\,\gamma\mathbf{u}\,.\,\mathbf{v} - \frac{d\mathrm{K}\alpha}{dP}\,\gamma\mathbf{v}\,.\,\mathbf{u} + \mathrm{R}'(\mathrm{Rot\,K}\alpha\,,\,\gamma)\,(\mathbf{u}\wedge\mathbf{v})\right\} =$$

$$= (\beta\mathbf{a})\times\left\{\mathrm{K\,Rot}\,\alpha\,.\,\mathrm{C}\mathrm{K}\gamma - \mathrm{K}\Phi(\mathrm{K}\gamma\,,\,\alpha) + \mathrm{R}'(\mathrm{Rot\,K}\alpha\,,\,\gamma)\right\}(\mathbf{u}\wedge\mathbf{v}) =$$

$$= (\mathbf{u}\wedge\mathbf{v})\times\left\{\mathrm{C}\gamma\,.\,\mathrm{Rot}\,\alpha - \Phi(\mathrm{K}\gamma\,,\,\alpha) + \mathrm{R}'(\mathrm{K\,Rot\,K}\alpha\,,\,\mathrm{K}\gamma)\right\}\beta\mathbf{a}\,.$$

[1] Dovremo citare i lavori seguenti: C. Burali-Forti et R. Marcolongo, *Analyse vectorielle générale* (Mattei et C., Pavia), vol. I e II, che indicheremo brevemente con A. V. G.; *a*) C. Burali-Forti, *Alcune linee e superficie collegate con una linea gobba*, (Rendiconti R. Accademia dei Lincei, vol. XXVII, serie 5ª, 1° sem. [1918], pag. 109); *b*) M. Bottasso, *Sull'operatore differenziale binario* S *di M. Pieri* (Rendiconti R. Accademia dei Lincei, vol. XXIII, ser. 5ª, 1° sem. [1914], pp. 659-665); *c*) A. Pensa, *Sopra alcuni operatori differenziali omografici* (Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino, vol. XLVIII [1912]); *d*) Idem, *Su alcune omografie speciali e sugli operatori omografici* C, R (Atti R. Accad. delle Scienze di Torino, vol. LIII, [1917]); *e*) Idem, *Sull'operatore omografico* R′ (Atti R. Accad. delle Scienze di Torino, vol LIII, [1917]).

Di qui si ha, per l'arbitrarietà di $\mathbf{u}, \mathbf{v}$:

$$2\mathrm{V}\left(\frac{d\alpha}{dP}\beta\mathbf{a}\,.\,\gamma\right) = \left\{ \mathrm{C}\gamma\,.\,\mathrm{Rot}\,\alpha - \Phi(\mathrm{K}\gamma\,.\,\alpha) + \mathrm{R}'(\mathrm{K}\,\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha\,,\,\mathrm{K}\gamma)\right\}\beta\mathbf{a}\,.$$

Ma si ha pure [cfr. *c*), n. 3, formula (2')]:

$$2\mathrm{V}\left[\frac{d(\alpha\beta\mathbf{a})}{dP}\gamma\right] = \left\{ \mathrm{C}\gamma\,.\,\mathrm{Rot}(\alpha\beta) - \Phi(\mathrm{K}\gamma\,,\,\alpha\beta)\right\}\mathbf{a}\,,$$

ed anche [cfr. *d*), § 3, formula (5)]:

$$2\mathrm{V}\,[\mathrm{K}\,\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha\,.\,(\beta\mathbf{a})\wedge.\,\gamma] = \mathrm{R}'(\mathrm{K}\,\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha\,,\,\mathrm{K}\gamma)\,\beta\mathbf{a}\,.$$

Sostituendo nella (*h*) ed osservando che

$$\Phi(\mathrm{K}\gamma\,,\,\alpha\beta) - \Phi(\mathrm{K}\gamma\,,\,\alpha)\beta = \Phi(\mathrm{K}\gamma\,.\,\alpha\,,\,\beta)\,,$$

si ha la [2].

Per dimostrare le [3], [4] basta osservare che

$$\frac{d(\beta\mathbf{a})}{dP} = \frac{d\beta}{dP}\mathbf{a} - \mathrm{K}\,\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\beta\,.\,\mathbf{a}\wedge \quad ; \quad \mathrm{K}\,\frac{d(\beta\mathbf{a})}{dP} = \frac{d(\beta\mathbf{a})}{dP} - (\mathrm{Rot}\,\beta\mathbf{a})\wedge,$$

per ridursi alla [2] e ad altre formule note [cfr. *e*), § 1, formula (4)].

2. Per $\gamma = \mathbf{1}$ si ottiene la mia (2) [cfr. *c*)] sotto la forma:

$$(2_1) \qquad 2\mathrm{V}\left(\alpha\cdot\frac{d(\beta\mathbf{a})}{dP}\right) = \Phi(\alpha\,,\,\beta)\,\mathbf{a}\,;$$

per le mie (4), (6) [cfr. *c*)] si ha, dalle [3], [4], per $\gamma = \mathbf{1}$:

$$(4_1) \qquad 2\mathrm{V}\left(\alpha\cdot\frac{d\beta}{dP}\mathbf{a}\right) = \left\{\Phi(\alpha\,,\,\beta) + \mathrm{C}(\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\beta\,.\,\mathrm{K}\alpha)\right\}\mathbf{a}\,,$$

$$(6_1) \qquad 2\mathrm{V}\left(\alpha\cdot\mathrm{K}\,\frac{d(\beta\mathbf{a})}{dP}\right) = \left\{\Phi(\alpha\,,\,\beta) - \mathrm{CK}\alpha\,.\,\mathrm{Rot}\,\beta\right\}\mathbf{a}\,,$$

nelle quali comparisce la Φ in luogo della sua forma esplicita [0], come in *c*). La forma di (4_1) è alquanto diversa da quella della (4) in *c*); la riduzione di una forma all'altra è assai lunga: direttamente la (4_1) si ottiene dalla (2) applicando a $\dfrac{d(\beta\mathbf{a})}{dP}$ la formula, data in *b*):

$$\frac{d(\alpha\mathbf{u})}{dP} = \alpha\,\frac{d\mathbf{u}}{dP} + \frac{d\alpha}{dP}\mathbf{u} - \mathrm{K}\,\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha\,.\,\mathbf{u}\wedge.$$

Per $\alpha = 1$, dalle [2], [3], [4] si ottengono le mie [2'], [4'], [6'] di *c*); queste, del resto, si ottengono dalle precedenti $[2_1]$, $[4_1]$, $[6_1]$ calcolando il 2V della coniugata, e ciò per la relazione nota $\mathrm{V}\gamma = -\mathrm{V}\mathrm{K}\gamma$.

Giova notare che per calcolare l'I_1 delle omografie [1]:

$$(l) \qquad \alpha\cdot\frac{d(\beta\mathbf{a})}{dP}\cdot\gamma \quad , \quad \alpha\cdot\frac{d\beta}{dP}\mathbf{a}\cdot\gamma \quad , \quad \alpha\cdot\mathrm{K}\frac{d(\beta\mathbf{a})}{dP}\cdot\gamma$$

possono usarsi le mie formule (1), (3), (5) di *c*), giacchè, in generale, $I_1(\alpha\beta)=I_1(\beta\alpha)$, e quindi nelle (l) si può portare γ al primo posto, senza alterare l'I_1.

3. Dimostriamo ora la [1]. Si ha:

$$\left\{\frac{d\alpha}{dP}\beta\mathbf{x}\cdot\gamma\mathbf{y}-\frac{d\alpha}{dP}\beta\mathbf{y}\cdot\gamma\mathbf{x}\right\}\times\mathbf{a}=$$

$$=\mathbf{y}\times\mathrm{K}\gamma\cdot\left(\frac{d\mathrm{K}\alpha}{dP}\beta\mathbf{x}\right)\mathbf{a}-\mathbf{x}\times\mathrm{K}\gamma\cdot\left(\frac{d\mathrm{K}\alpha}{dP}\beta\mathbf{y}\right)\mathbf{a}=$$

$$=\mathbf{y}\times\mathrm{K}\gamma\cdot\frac{d(\mathrm{K}\alpha\mathbf{a})}{dP}\beta\mathbf{x}-\mathbf{x}\times\mathrm{K}\gamma\cdot\frac{d(\mathrm{K}\alpha\mathbf{a})}{dP}\beta\mathbf{y}=$$

$$=2\mathrm{V}\left(\mathrm{K}\gamma\cdot\frac{d(\mathrm{K}\alpha\mathbf{a})}{dP}\cdot\beta\right)\times\mathbf{x}\wedge\mathbf{y}=$$

$$=\{\mathrm{C}\beta\cdot\Phi(\mathrm{K}\gamma\,,\mathrm{K}\alpha)-\Phi(\mathrm{K}\beta\cdot\mathrm{K}\gamma\,,\mathrm{K}\alpha)\}\,\mathbf{a}\times\mathbf{x}\wedge\mathbf{y}=$$

$$=\mathbf{a}\times\{\mathrm{K}\Phi(\mathrm{K}\gamma\,,\mathrm{K}\alpha)\cdot\mathrm{CK}\beta-\mathrm{K}\Phi(\mathrm{K}\beta\cdot\mathrm{K}\gamma\,,\mathrm{K}\alpha)\}\,(\mathbf{x}\wedge\mathbf{y}),$$

che per l'arbitrarietà di $\mathbf{a}$, dimostra la [1].

Per dimostrare la [1′] basta porre

$$\beta\mathbf{x}=\mathbf{x}'\ ,\ \beta\mathbf{y}=\mathbf{y}'\ ,\quad \text{cioè}\quad \mathbf{x}=\beta^{-1}\mathbf{x}'\ ,\ \mathbf{y}=\beta^{-1}\mathbf{y}',$$

e sostituire questi valori di $\mathbf{x}$ ed $\mathbf{y}$ nella [1], o meglio nell'ultimo caso particolare del n. 4. Per la [1″] si procederà analogamente ponendo $\gamma\mathbf{x}=\mathbf{x}'$, $\gamma\mathbf{y}=\mathbf{y}'$, e sostituendo nella [1], o nella seconda del n. 4.

4. I seguenti casi particolari della [1] sono noti.

Per $\beta=1$, e $\gamma=1$ (cfr. A. V. G., vol. I, pag. 74, [4′]):

$$\frac{d\alpha}{dP}\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}-\frac{d\alpha}{dP}\mathbf{y}\cdot\mathbf{x}=\mathrm{K}\Phi(1\,,\mathrm{K}\alpha)\,(\mathbf{x}\wedge\mathbf{y})=\mathrm{K}\,\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha(\mathbf{x}\wedge\mathbf{v}).$$

[1] Se, imitando la notazione [0], si pone:

$$\Psi(\alpha\,,\beta)=\mathrm{grad}(\alpha\beta)-\alpha\,\mathrm{grad}\,\beta\,,$$

allora le (1), (3), (5) della mia Nota *c*) assumono le forme:

$$(1_1) \qquad \mathrm{I}_1\left(\alpha\cdot\frac{d(\beta\mathbf{a})}{dP}\right)=\Psi(\mathrm{K}\beta\,,\mathrm{K}\alpha)\times\mathbf{a}$$

$$(3_1) \qquad \mathrm{I}_1\left(\alpha\cdot\frac{d\beta}{dP}\mathbf{a}\right)=\{\alpha\,\mathrm{grad}\,\beta+2\mathrm{V}\Phi(\alpha\,,\beta)\}\times\mathbf{a}$$

$$(5_1) \qquad \mathrm{I}_1\left(\alpha\cdot\mathrm{K}\frac{d(\beta\mathbf{a})}{dP}\right)=\{\Psi(\mathrm{K}\beta\,,\mathrm{K}\alpha)+2(\mathrm{K}\,\mathrm{Rot}\,\beta)\,\mathrm{V}\alpha\}\times\mathbf{a}.$$

Per $\gamma = 1$ (cfr. A. G. V., vol. II, pag. 137, [4']):

$$\frac{d\alpha}{dP}\beta\mathbf{x}\cdot\mathbf{y} - \frac{d\alpha}{dP}\beta\mathbf{y}\cdot\mathbf{x} = \mathrm{K}\{\mathrm{C}\beta\cdot\Phi(1, \mathrm{K}\alpha) - \Phi(\mathrm{K}\beta, \mathrm{K}\alpha)\}(\mathbf{x}\wedge\mathbf{y}) =$$
$$= \mathrm{K}\{\mathrm{C}\beta\cdot\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha - \Phi(\mathrm{K}\beta, \mathrm{K}\alpha)\}(\mathbf{x}\wedge\mathbf{y}).$$

Per $\beta = 1$ [cfr. *a*)]:

$$\frac{d\alpha}{dP}\mathbf{x}\cdot\gamma\mathbf{y} - \frac{d\alpha}{dP}\mathbf{y}\cdot\gamma\mathbf{x} = \mathrm{K}\Phi(\mathrm{K}\gamma, \mathrm{K}\alpha)(\mathbf{x}\wedge\mathbf{y}).$$

Le formule precedenti valgono anche quando P varia sopra una superficie σ, intendendo che in tal caso gli operatori differenziali abbiano l'indice σ [cfr. *a*) e le Note ivi citate dei prof. Burgatti e Marcolongo].

Chimica. — *Ossidazione della santonina per mezzo dei superacidi organici* (1). Nota di Guido Cusmano, presentata dal Socio A. Angeli.

Sino ad oggi sono state descritte quattro mono-ossisantonine $C_{15}H_{18}O_4$, distinte in qualche trattato con le lettere α, β, γ, δ e delle quali nessuna è stata ottenuta per diretta ossidazione, *in vitro*, della santonina. Le prime due sono le cosiddette *santogenine* rinvenute nel 1897 da Jaffé, una nella orina di cani, l'altra nell'orina di conigli, cui erasi somministrata santonina; la terza è l'*artemisina* che accompagna la santonina nei fiori di *Artemisia maritima*; la quarta, infine, è l'*isoartemisina*, ottenuta nel 1905 da Wedekind e Koch (2), trattando con alcali una monoclorosantonina. Gli autori, prefiggendosi di preparare qualche ossi-santonina, ricorsero al processo accennato piuttosto che agli ossidanti, ritenendo impossibile regolarne l'attacco sulla santonina. Per vero dire, non erano soli a pensarla così; nei trattati di chimica e nella mente di molti studiosi di detta sostanza erasi infiltrata quest'idea, nata da lontane esperienze (3) e poco approfondite. Nel 1907, però, Angeli e Marino (4) dimostrarono che la santonina può subire l'ossidazione graduale e trovarono che, impiegando il permanganato di potassio in soluzione diluita e convenientemente raffreddata, si ottiene, come primo termine di una serie di prodotti di demolizione, una bi-ossisantonina $C_{15}H_{18}O_5$.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica organica del R. Istituto di studî superiori in Firenze.

(2) Ber. d. deuts. Chem. Ges., *38*, 1845.

(3) Heldt, Ann. d. Chemie u. Phar. LXIII (1847), pp. 40-41.

(4) Atti della R. Accademia dei Lincei, 1907. Vol. XVI. fasc. 3°, 1° sem.

L'ossidazione si può limitare ancora, servendosi dei superacidi organici. Come difatti comunicai [1]) brevemente or son tre anni, facendo agire sulla santonina gli acidi perbenzoico o peracetico ho preparato due mono-ossisantonine $C_{15}H_{18}O_4$. Una di esse, per l'appunto, è identica con l'isoartemisina di Wedekind e Koch; l'altra non si conosceva ancora e quindi potrà prendere posto nel novero delle monoossisantonine ed esservi distinta con la lettera ε.

Poichè di recente ([2]) Wedekind ha ripreso lo studio dell'isoartemisina, credo opportuno rendere noto quanto ho raccolto sul comportamento chimico dell'*ossi-santonina* ε. Anzitutto ne ho messo in evidenza la stretta relazione con la sostanza madre: ciò che fino ad oggi non era riuscito per nessuna delle altre mono-ossisantonine. L'ossisantonina ε reagisce rapidamente a freddo con l'acido cloridrico d. 1,19 secondo l'equazione

$$C_{15}H_{18}O_4 + HCl = C_{15}H_{17}ClO_3 + H_2O\,.$$

Si forma una monoclorosantonina la quale, mediante blanda riduzione, restituisce la santonina.

Inversamente, dalla stessa monoclorosantonina, riscaldata con alcool acquoso, si ritorna a l'ossisantonina ε:

$$C_{15}H_{17}O_3Cl + H_2O = C_{15}H_{18}O_4 + HCl.$$

Le sopraddette reazioni, in parte, si verificano anche per l'isoartemisina. Ho già ricordato la sua formazione da una monoclorosantonina; aggiungo di avere accertato che quest'ultima, per riduzione, fornisce santonina; ma nel ricercare se essa si formi per azione dell'acido cloridrico sull'isoartemisina, ho trovato che la reazione dà luogo a varî prodotti clorurati, fra i quali anche la diclorosantonina di Heldt ([3]).

Le relazioni fra le cloro- e le ossi-santonine dimostrerebbero che in queste ultime il quarto atomo di ossigeno, introdotto nella santonina, forma un ossidrile; singolarmente, però, esso non viene messo in evidenza con i reagenti di solito usati a tale scopo. Ciò, come si sa, è stato osservato anche per l'artemisina; mentre fu trovato ([4]) che l'α-santogenina di Jaffé si può facilmente acetilare.

Ossidazione della santonina con acido perbenzoico.

Una soluzione cloroformica di una mol. di santonina e di due di acido per-benzoico si lasciò alla temperatura di circa 10° in una bevuta aperta, per alcuni giorni, sino a totale evaporazione del solvente. Nel residuo solido, liberato dall'acido benzoico, proveniente dalla decomposizione del superacido,

([1]) Rendic. Soc. Chim. It. (1914), pag. 1.
([2]) Bulletin (1916), t. XX, 568.
([3]) Loc. cit. pag. 32.
([4]) Lo-Monaco, Gazzetta, XXVII, *b*, 92 (1897).

si notò subito che la più gran parte della santonina era rimasta inalterata; difatti esponendo alla luce solare i preparati, ottenuti cristallizzando frazionatamente dall'alcool il residuo stesso, questi ingiallivano con rapidità quasi del tutto: qua e là, però, apparivano cristalli incolori liberi o riuniti in gruppetti di un nuovo prodotto. Questo, raccolto e purificato per cristallizzazione dall'alcool a 95 % si ebbe, infine, in prismetti d'un bianco splendente e con il p. f. a 212° circa.

La soluzione alcalina, impiegata per estrarre l'acido benzoico dal residuo della soluzione cloroformica sopraddetta, fu acidificata e filtrata: dopo alcuni giorni depositò rosette di cristalli aciculari con il p. f. a 154°.

Dei due prodotti di ossidazione, il 1° (p. f. 212°) fu riconosciuto, per diretto confronto, identico con l'isoartemisina o δ-ossisantonina di Wedekind e Koch; il 2° (p. f. 154°) è la nuova ossi-santonina, che nella presente Nota viene indicata con ε.

Ossidazione della santonina con acido peracetico.

Allo scopo di rendere più rapida e redditizia la preparazione delle ossisantonine δ e ε si eseguirono varî saggi di ossidazione della santonina con soluzioni acetiche di peridrol e si constatarono come migliori le condizioni seguenti.

Si riscalda una soluzione di gr. 10 di santonina e cc. 10 di peridrol in cc. 35 d'acido acetico glaciale, in un bagno mantenuto a circa 80°; poichè a questa temperatura molta acqua ossigenata si decompone, trascorse venti ore si aggiungono 10 cc. di peridrol e si continua a riscaldare per un egual periodo di tempo. Poi si concentra la soluzione in una capsula, su bagnomaria, sino a ottenere uno sciroppo, il quale si tratta con soluzione di carbonato sodico, che ne scioglie una parte, lasciando indietro una massa resinosa. Questa si lava con acqua e si scioglie in alcool bollente; appena la soluzione si è raffreddata, si raccoglie il deposito cristallino formatosi e che risulta di santonina e di δ-ossisantonina. Per avere quest'ultima allo stato di purezza e rapidamente, è bene togliere la più gran parte della santonina meccanicamente, dopo averla fatta ingiallire al sole: in tal maniera, bastano un paio di cristallizzazioni dall'alcool, per avere la δ-ossisantonina a p. f. costante.

Le frazioni cristalline, che si depongono ancora, per successive concentrazioni della soluzione alcoolica primitiva, consistono in miscugli a proporzioni variabili delle due ossisantonine e di santonina. Si comincia dal togliere questa, come sopra è detto, e poi si sciolgono i miscugli dei due isomeri in alcool bollente: prima che le soluzioni siano del tutto raffreddate, si filtrano per raccogliere la δ-ossisantonina depostasi in lunghi aghi; nelle madri rimane l'isomero, che cristallizza più lentamente. Per avere le due sostanze ben pure, occorre ripetere queste cristallizzazioni.

Con il processo descritto, da 10 gr. di santonina si ricavano circa gr. 2 d'iso-artemisina e gr. 1.2 di ossisantonina ε; rimane molta santonina inalterata e si formano prodotti d'ossidazione più profonda.

Ossi-santonina ε.

Lasciata deporre lentamente dalle soluzioni diluite in alcool o in etere acetico forma grandi prismi piramidati trasparenti, incolori; fatta cristallizzare, raffreddando bruscamente le soluzioni concentrate, forma, invece, fasci di prismi aciculari lunghi due-tre centimetri. Fonde a 154° e non si altera, anche se riscaldata lungamente sopra a questa temperatura. Insolubile in acqua; solubilissima in cloroformio; abbastanza solubile in acetone, etere acetico e alcool. Non si colora alla luce solare.

Per un'indagine della funzione del quarto atomo d'ossigeno si è provato la reazione con cianato di fenile; ma anche dopo lungo riscaldamento in tubo chiuso a 130° non si è avuto risultato.

Fenilidrazone. — La fenilidrazina mette in evidenza un solo carbonile nella ossisantonina ε: difatti questa si combina già a freddo con la base, dando un composto che cristallizza dall'alcool in foglioline con il p. f. a 280° circa e un contenuto d'azoto corrispondente a quello di un monofenilidrazone (trovato N % 8.36, calc. p. $C_{15}H_{18}O_3 : N . NH . C_6H_5$, 7.95).

Acido ossi-santoninico. — Mentre la santonina si discioglie abbastanza facilmente nelle soluzioni acquose di alcali caustici, l'ossi-santonina ε vi rimane inalterata. Tuttavia si può aprire l'anello lattonico, in essa esistente, mettendola a contatto con una soluzione alcoolica calda d'etilato sodico: la soluzione si colora in rosso-sangue e mostra una bellissima fugace fluorescenza verde. La soluzione stessa, diluita con acqua, si decolora dopo lungo riscaldamento; concentrata dà il sale dell'acido ossisantoninico in forma di massa vetrosa. L'acido, appena liberato, si presenta come un olio incoloro, poco solubile in acqua fredda e che lentamente cristallizza. P. f. circa 100°. Disseccato su acido solforico nel vuoto dette all'analisi C %6 3,95 . H 7,25; calc. p. $C_{15}H_{20}O_5$. C % 64.24 . H 7.20. Riscaldato in soluzione d'acido solforico diluito restituisce l'ossi-santonina originaria.

Trasformazione dell'ossi-santonina ε in santonina.

Una nuova monoclorosantonina. — Gr. 0.3 di ossi-santonina ε, polverizzata, si mescolano con cc. 3 di acido cloridrico fumante (d. 1,19). La sostanza si scioglie rapidamente alla temperatura ordinaria e subito dopo comincia a deporsi un nuovo prodotto. Dopo un'ora questo vien raccolto alla pompa e lavato prima con acido cloridrico, poi con acqua. Sono poco più di gr. 0,3 di una sostanza ben cristallizzata, contenente cloro, con il p. f. a 196° circa. Senza ulteriore purificazione fu analizzata: trovato Cl % 12,82; calcolato p. $C_{15}H_{17}ClO_3$ 12,63.

Secondo questi dati, per azione dell'acido cloridrico sulla ossi-santonina ε si forma una monoclorosantonina isomera con quella descritta da Sestini (¹), la quale fonde a 235° e presenta una maggiore stabilità di fronte all'alcool diluito bollente. La nuova *monoclorosantonina si trasforma in ossi-santonina* ε già dopo alcuni minuti d'ebollizione con alcool acquoso. Al medesimo risultato si perviene sciogliendo il composto clorurato in una soluzione alcoolica fredda di idrato potassico: da prima si osserva una intensa colorazione rosso carminio, che poi sparisce, mentre si deposita cloruro di sodio. Allora si distilla l'alcool sino a secco; si lava il residuo con acqua e si discioglie in poco alcool bollente: con il raffreddamento cristallizza l'ossisantonina.

La *trasformazione della monoclorosantonina in santonina* avviene trattando una soluzione alcoolica della prima con polvere di zinco e qualche goccia di acido acetico: si lascia a freddo per alcune ore: si filtra e si precipita con acqua la santonina.

Biologia vegetale. — *Osservazioni sul fiore del Nespolo e sulla origine della nespola apirena* (²). Nota della sig.ra dott. Irma Pierpaoli, presentata dal Socio R. Pirotta.

Avendo avuto occasione di esaminare diversi esemplari di nespoli (*Mespilus germanica* L.) coltivati nel giardino del nostro Istituto, con fiori diversamente costituiti, ho creduto opportuno, per suggerimento del chiarissimo prof. R. Pirotta, d'istituire una serie accurata di ricerche sui fiori e sulla loro costituzione, nelle diverse sorta di nespoli avuti a mia disposizione: indotta pure a far ciò dalle interessanti osservazioni dei professori Longo e Baccarini sulla nespola apirena.

Le mie osservazioni furono fatte per due anni consecutivi, e quantunque esse non possano dirsi ancora complete, per il programma che mi sono proposta di svolgere, pure credo opportuno far conoscere fin d'ora alcuni dei risultati principali.

Per questo mio studio ho potuto disporre di:

1°) due esemplari di nespolo avuti col nome di « Nespolo apireno »;

2°) due esemplari di nespolo avuti col nome di « Nespolo d'Olanda »;

3°) due esemplari avuti col nome di « Nespolo mostruoso »;

4°) un forte esemplare del Nespolo apireno avuto dal prof. Longo.

Non mi tratterrò a rilevare le differenze osservate fra le parti dei varî esemplari sunnominati, limitandomi ora soltanto ad accennare che nel fiore

(¹) Bull. Soc. Ch. d. Paris, 5. 202 (1866); e Wedekind e Koch, loc. cit.

(²) Lavoro eseguito nel R. Istituto botanico di Roma.

esse sono maggiori nel calice, negli stami e nel pistillo. Nelle forme ordinarie, cioè nei nespoli d'Olanda, in quelli avuti col nome di apireni e nel nespolo mostruoso, il perianzio risulta di calice e corolla ben distinti per colore e per forma, mentre è corollino nel nespolo apireno come è stato già bene rilevato dai professori Longo e Baccarini. Inoltre, nel nespolo di Longo il punto d'inserzione dei sepali sul ricettacolo conico-allungato è visibilissimo e non è per tutti e cinque i sepali allo stesso livello, come nei fiori dei nespoli avuti col nome di apireni, d'Olanda e nel nespolo mostruoso, nei quali pure il ricettacolo ha forma diversa, mostrandosi tondeggiante o conico più o meno largo e raccorciato. Anche il punto dove i sepali divengono patenti nella fioritura è diverso, perchè nei nespoli normali essi si ripiegano circa ad un terzo (nespolo avuto col nome di apireno e d'Olanda), o ad un settimo (nespolo mostruoso) del punto d'inserzione sul ricettacolo; nel nespolo apireno di Longo invece si ripiegano sul punto stesso d'inserzione.

Nei nespoli normali poi i sepali sono: sempre triangolari alla base e lungamente lineari lanceolati all'apice, nel nespolo avuto col nome di apireno; alquanto più piccoli e spesso seghettati o profondamente divisi nel nespolo d'Olanda; raggiungono le massime dimensioni, sono quasi fogliacei dopo la fioritura e seghettati ai margini nel tratto sviluppatissimo che segue la base, nel nespolo mostruoso.

Gli stami nei nespoli normali variano da 30 a 40; hanno filamento perfettamente glabro, e partono da un anello giallastro che fa loro quasi da piedistallo, sull'orlo della coppa ricettacolare.

Ho abbastanza frequentemente osservata nei fiori del nespolo avuto col nome di apireno, come pure in quelli del nespolo d'Olanda, una migrazione di alcuni stami dall'orlo della coppa ricettacolare verso il centro. Ma questi stami hanno o il filamento assai breve e l'antera grossa, qualche volta mostruosa; oppure il filamento ridotto ad un semplice e breve uncino, all'apice del quale ho osservato, ma non sempre, una formazione espansa, anteriforme, evidentemente mostruosa. Fra i diversi casi osservati voglio ricordarne uno in cui esisteva nel fiore un solo pistillo con lo stilo partente dal centro di una zona pelosa irregolarissima sulla superficie della coppa ricettacolare, dove a metà distanza fra lo stilo e gli stami periferici, si osservavano tre stami normali con breve filamento e grossa antera e due coi filamenti ridotti ad uncino privi di antere. Si potrebbe pensare che ci sia una tendenza negli stami dell'orlo ricettacolare a spostarsi verso il centro fino ad occupare alcuni il posto degli stili dei pistilli che andrebbero scomparendo. Tanto più che questa tendenza l'ho notata preferibilmente nei fiori in cui si verificava già qualche grado di riduzione nel numero o nella parti costitutive dei pistilli, come ad esempio nel caso suesposto dove, oltre alla riduzione nel numero dei carpelli, nell'unico superstite non si scorgeva in sezione trasversale che un lontanissimo ed imperfetto accenno a cavità ovarica.

In un fiore del nespolo d'Olanda ho poi notato (come il prof. Baccarini, ma in due fiori appartenenti al nespolo fatuo) l'assenza completa dell'aureola gialla che fa da piedistallo agli stami, e la scomparsa totale del tratto interposto fra gli stami e gli stili. Riguardo agli stami del fiore del nespolo di Longo, le osservazioni da me fatte coincidono con quelle dei professori Longo e Baccarini.

I pistilli nel nespolo avuto col nome di apireno, sono normalmente cinque; ma ho osservato fiori con sei, sette, otto, nove pistilli più o meno bene e intieramente sviluppati, e pure fiori con quattro, tre, due, uno e perfino nessun pistillo. Con la scomparsa totale dei pistilli però non ho riscontrati che tre esemplari: il primo raccolto in frutto nel 1916, il secondo raccolto in fiore nel 1917, il terzo raccolto in frutto nel 1917.

La superficie della coppa ricettacolare dei fiori normali presenta, come rileva chiaramente il prof. Baccarini, delle zone pelose maggiormente sviluppate in direzione dei sepali; esse sono cinque nei fiori normali con cinque pistilli, ma non sempre vi è una regolare corrispondenza fra il loro numero e quello dei pistilli; così ad esempio possono rimanere cinque le zone e il numero dei pistilli essere inferiore.

Nel fiore del nespolo avuto col nome di apireno, che chiamerò staminifero, perchè, come ho già detto, manca in esso ogni traccia di pistilli, la superficie della coppa ricettacolare è invece perfettamente glabra, bianca, e in essa è scomparsa pure l'aureola gialla di inserzione degli stami, come del resto si osserva anche nei fiori del nespolo apireno avuto dal prof. Longo; e a somiglianza dei falsi frutti di questo nespolo anche nei falsi frutti del nespolo avuto col nome di apireno raccolti nel 1916 e nel 1917, manca totalmente nella polpa ogni traccia di cavità e di noccioli.

Tra questi esemplari perfettamente staminiferi e apireni e quelli normali della stessa pianta non si può dunque negare una riduzione graduale numerica di pistilli; riduzione graduale che si manifesta pure nella scomparsa delle parti costitutive di ciascun pistillo. Infatti, ho cominciato col rilevare in diversi falsi frutti, che vanno a male gli ovuli in alcune cavità, dopo essersi normalmente sviluppati; poi che essi non si sviluppano quasi affatto, determinando una riduzione nell'ampiezza della cavità ovarica che si presenta allora assai ristretta, fino a mostrarsi quasi del tutto atrofica senza accenno di ovuli nel suo interno. Nei falsi frutti normali man mano che essi vanno maturando viene formandosi intorno a ciascuna cavità ovarica, un pericarpo forte lignificato che costituisce poi il nocciolo durissimo delle nespole mature. Ora, quando le cavità ovariche si sono ridotte fino al punto di non lasciar traccia della loro esistenza, prima della scomparsa totale del pistillo, rimane ancora nella polpa la zona lignificata del pericarpo che può o no essere resa manifesta all'esterno dallo stilo, il quale a sua volta può o no portare lo stigma.

È naturale che i noccioli, in questi casi, sezionati, si mostrano compatti senza seme e cavità all'interno. Infine scompaiono anche questi residui del pistillo in luogo dei quali non rimane che la polpa ricettacolare. Sulla superficie della coppa allora, o rimane la zona dei peli irregolare e ridotta a ricordare quasi la presenza del pistillo che è scomparso, o anch'essa manca completamente; e allora si giunge all'ultimo grado di riduzione, accompagnato pure dall'assenza dell'aureola gialla alla base degli stami, perfettamente come si riscontra nel nespolo apireno di Longo.

Nel nespolo d'Olanda i pistilli sono pure di regola cinque. Ma nei fiori di questa pianta non ho trovato mai, in due anni di studio, il loro numero maggiore di sei, e pure avendo invece potuto rilevare tutti i gradi di riduzione nel numero e nelle parti costitutive dei pistilli fino ad uno, non ho riscontrato nessun fiore perfettamente staminifero.

Frequentemente vi ho trovato fiori con stili non terminati da stigma, ma filamentosi e assottigliati all'apice; ed ho talvolta riscontrato il loro parziale concrescimento, pure se terminati da stigmi.

Nel nespolo mostruoso più che una riduzione, si nota un accrescimento nel numero dei pistilli. Anche qui il numero che predomina è il cinque; ma ho trovato facilmente fiori con sei, sette, otto, nove pistilli interamente sviluppati; e sono giunta a riscontrare nel ricettacolo di un fruttino con nove stili, ben tredici cavità contenenti ciascuna un ovulo. Ogni volta però che nelle sezioni si rileva un numero di cavità maggiore di cinque, le soprannumerarie, anch'esse con pericarpo lignificato, sono sempre più piccole delle cinque normali radiali episepale, e si trovano sempre negli spazi interradiali epicorollini.

Non ho riscontrati fiori con numero di pistilli inferiore a cinque; ad eccezione di uno, sopra 104 osservati, con due stili, che però non ho sezionato.

È curioso poi il fatto di aver trovato due fiori normali in ogni loro altra parte, ma con gli stili tutti senza stigma, all'apice assottigliati, ricurvi, ondulati. In ogni modo sia pure limitata alla semplice, ma totale scomparsa degli stigmi, una riduzione non nel numero, ma nelle parti costitutive dei pistilli, esiste innegabilmente anche nel nespolo mostruoso.

Nel nespolo di Longo i pistilli mancano e al posto degli stili si sa che esiste un gruppo di stami che nell'esemplare da me studiato hanno variato da cinque a sedici. Sopra 180 fiori osservati, il numero predominante degli stami sarebbe otto. Gli stami centrali li ho veduti molto spesso filamentosi, ripiegato-ondulati all'apice privo di antera e simile agli stili senza stigma, già descritti nei fiori normali.

Riguardo alle deviazioni più notevoli dal tipo medio riscontrate dal prof. Baccarini nei fiori del nespolo da lui esaminato, posso dire anch'io di averne trovate parecchie:

1°) un fiore con l'aureola gialla perfetta nel 1917;

2°) riduzione del tratto di cupola ricettacolare compresa fra gli stami centrali ed i periferici;

3°) fasciazioni e concrescimenti più o meno estesi degli stami;

4°) petalomania degli stami (osservazione del resto che ho fatto pure nei nespoli normali);

5°) in un solo fiore del 1917 ho trovato uno stame centrale privo di antera normale e fornito invece, all'apice assottigliato, di « un'appendice tenue, bianca, papillosa » caratteristica, come quella osservata e descritta dal Baccarini.

Le conclusioni principali che si possono ora, a mio modo di vedere, trarre dalle osservazioni fatte e brevissimamente esposte, si possono riassumere nel modo seguente:

I. Esiste una differenza fra i diversi nespoli da me studiati; ma essa è minima tra quello avuto col nome di apireno e quello d'Olanda, è massima fra il nespolo apireno di Longo e tutti gli altri;

II. tra il nespolo normale e il nespolo apireno esistono tutti i gradi di passaggio dovuti:

a) alla riduzione successiva delle parti costitutive del pistillo, il quale va man mano perdendo: lo stigma, lo stilo, gli ovuli, la cavità ovarica, il pericarpo;

b) alla riduzione successiva del numero dei pistilli, che vanno scomparendo uno ad uno fino a zero, e la cui assenza totale determina pure la mancanza dei caratteri secondarî inerenti, quali le zone pelose sulla superficie della coppa ricettacolare e l'aureola gialla degli stami sull'orlo della stessa.

III. Il nespolo apireno sembra quindi aver avuto origine per successiva riduzione dei pistilli fino alla loro totale scomparsa; infatti, nel fiore staminifero e nel falso frutto apireno del nespolo avuto con questo nome, derivati per graduale riduzione dei fiori normali con stami e pistilli, ho riscontrati gli stessi caratteri fondamentali del nespolo apireno di Longo; quali l'assenza completa dei pistilli, la presenza di una coppa ricettacolare glabra e bianca alla superficie.

Mancherebbe nel fiore staminifero del nespolo avuto col nome di apireno, la corona degli stami centrali a filamento piuttosto breve e grossa antera, come esiste nei fiori staminiferi del nespolo di Longo; ma una tendenza degli stami periferici a spostarsi verso il centro, raccorciando pure i filamenti ed ingrossando le antere, l'ho notata, sia nei fiori del nespolo avuto col nome di apireno, sia in quelli del nespolo d'Olanda.

IV. La riduzione totale dei pistilli io l'ho osservata, sebbene in tre casi, in fiori di determinati germogli; cosicchè a me sembra che l'origine più plausibile del nespolo apireno sia da moltiplicazione fatta da orticultori o frutticultori, di germogli che presentarono per la prima volta questo carattere.

Patologia vegetale. — *Su la resistenza delle piante al freddo* (1). Nota I di E. Pantanelli, presentata dal Socio Cuboni.

Mentre procede in varii luoghi la selezione di piante resistenti al freddo e si vanno precisando le leggi che governano l'eredità di tale resistenza, ne ignoriamo quasi del tutto i fattori. La loro conoscenza dipende anzitutto da una chiara nozione delle cause di morte per freddo.

Le ricerche ammirevoli di Müller-Thurgau (1880-86), Molisch (1897) e Maximow (1914) portano al resultato, che la morte per congelamento accada per la sottrazione di acqua dal protoplasma, causata dalla formazione di ghiaccio negli spazii intercellulari o (caso assai raro) entro la cellula stessa. Poichè la disidratazione del plasma non basta per spiegare la morte, perchè non sempre le specie e gli organi resistenti al disseccamento sono resistenti al freddo (Pfeffer 1901; Irmscher 1912), si è pensato che il congelamento determini una coagulazione irreversibile delle albumine plasmatiche (Fischer 1911), e difatti il protoplasma congelato diventa totalmente permeabile (Nägeli 1861; Dixon e Atkins 1913), analogamente a certi idrogeli non vitali. Maximow crede letale lo schiacciamento o la lacerazione del reticolo plasmatico, prodotti dalla cristallizzazione del ghiaccio, e difatti il danno del gelo è tanto maggiore, quanto più ghiaccio si forma fuori o dentro la cellula.

Poichè non vi ha dubbio, che la deformazione causata dalla congelazione del mestruo acquoso sia nociva al protoplasma (Matruchot e Molliard 1902), la concentrazione del succo cellulare dovrebbe avere una grande importanza nel determinare la resistenza al gelo. Quanto più concentrato è il succo, tanto più si abbassa il suo punto di congelazione e vengono relegati a temperatura più bassa i conseguenti danni. In molti casi questa regola è stata confermata dall'osservazione e si è anche trovato, che in generale qualunque sostanza disciolta, introdotta ad arte nella cellula (Maximow 1912) od anche messa solo a contatto della membrana plasmica esterna, ne aumenta fortemente la resistenza al gelo, e non già in proporzione all'abbassamento della temperatura di congelazione che essa determina nel succo cellulare, ma in relazione al punto eutettico del miscuglio che ne risulta, ossia di quella temperatura, a cui solvente e soluto cristallizzano insieme.

Se la resistenza al gelo dipendesse semplicemente dalla pressione osmotica del succo cellulare, basterebbe l'esame crioscopico dei succhi per scegliere le specie o razze resistenti e potrebbe sperarsi un aumento di resi-

(1) Ricerche eseguite nella R. Stazione di Patologia vegetale di Roma.

stenza da una esaltazione artificiale della concentrazione del succo, ottenuta mediante l'applicazione dei concimi salini, la limitazione della fornitura di acqua, la ventilazione o l'insolazione. Ma già Cavara (1901), confrontando un gran numero di specie esposte al gelo, ebbe ad osservare che non tutte le specie più resistenti hanno il succo più concentrato e le recenti ricerche di Chandler (1914) portano a concludere, che non vi è relazione fra la concentrazione molecolare del succo e la resistenza al gelo.

Ciò spiega perchè in pratica, ad onta dell'estesissimo uso di concimazioni saline, raramente si è osservato che la concimazione aumenti la resistenza al freddo.

Couturier (1903) e Maas (1912) ebbero buon resultato con la concimazione potassica: Feilitzen (1905) con la concimazione in generale. Ma Chandler non ottenne alcun aumento di resistenza applicando al pesco la concimazione potassica. Dati così scarsi non autorizzano ad alcuna conclusione: fu anzi la necessità di chiarire un punto così importante per la pratica che, su consiglio del prof. Cuboni, mi spinse alle ricerche che sto per esporre.

Prima dobbiamo però spiegare le dette contraddizioni sull'importanza della concentrazione del succo cellulare. Le ricerche accennate hanno portato molta luce sulle cause della morte per congelamento. Ma la morte per freddo può aversi anche a temperature superiori a quella di congelazione, certo senza formazione di ghiaccio, come vediamo accadere in tante piante tropicali ed anche in qualche specie nostrana, nonchè in tanti animali a sangue caldo od anche a sangue freddo. Viceversa certi organi, raffreddati con precauzione, tollerano il congelamento senza perire, ed anzi in questo stato resistono a temperature più basse di quella a cui perirebbero se non congelassero; ossia non sempre il congelamento è causa di morte.

Come già espresse Pfeffer fin dal 1881, la morte per freddo è dovuta generalmente ed essenzialmente alla diminuzione inframinimale della temperatura; la formazione di ghiaccio è un'aggravante o può essere causa propria di morte, per la violenta sottrazione di acqua al plasma, la separazione delle cellule, lo schiacciamento del plasma.

Sachs (1860) osservò che varie piante in vaso avvizziscono a bassa temperatura, perchè le radici raffreddate non assorbono più acqua a sufficenza. Molisch (1896) ha confermato questo fatto ed ha trovato che in talune piante tropicali la morte può aversi anche in ambiente saturo di umidità, a temperature superiori a 0°. Egli ascrive la morte per raffreddamento a disturbi nel ricambio, mentre persiste (1911) nel ritenere il congelamento causa unica della morte a temperature di gelo. Invece Müller-Thurgau e Maximow a torto ritengono che la morte per freddo si abbia solo a causa del congelamento. Al contrario Mez (1905) ripete in fondo l'idea di Pfeffer, sostenendo che la morte si ha per la discesa della temperatura sotto al

minimum specifico, la cui posizione è stabilita da proprietà ancora misteriose del plasma; la congelazione, quale processo esotermico, proteggerebbe addirittura contro la morte per freddo. Alcuni allievi di Mez hanno ulteriormente sviluppato queste vedute, sostenendo che la temperatura minimale è indipendente dalla concentrazione del succo cellulare e può essere molto inferiore al punto di congelazione, che la solidificazione in toto dei succhi cellulari e del plasma accade a temperatura superiore a quella mortale. Talune di queste asserzioni non hanno un valore generale, come provano le osservazioni contrarie di Maximow (1914), ma è indiscutibile la conclusione generale che la formazione di ghiaccio non implica la morte del plasma e viceversa.

Tale constatazione lascia aperta la questione, come avvenga la morte per freddo, a parte il congelamento. Gorcke (1906) ha supposto che, essendo le albumine precipitate dai sali a bassa temperatura, quanto più povero di sali è il succo cellulare, tanto meglio resista al freddo la cellula; ma non sempre questa relazione sussiste. Lidfors (1907), accettando questa idea, sostiene che lo zucchero protegge le albumine del protoplasma contro la denaturazione; infatti nelle foglie delle piante sempreverdi, nei fusti degli alberi, nelle patate durante l'inverno o per un forte raffreddamento, l'amido è sostituito da zucchero e la fornitura di zucchero aumenta in tutti gli organismi la resistenza al freddo, così come le varietà ricche di zucchero tollerano meglio il freddo. Come poi lo zucchero protegga le albumine plasmatiche, è ancora da sapersi; e non va taciuto, che nei tronchi di talune specie di alberi è il grasso che, sostituendosi all'amido durante l'inverno, ne determina la resistenza al freddo, pur non essendo osmoticamente attivo.

I fattori della resistenza debbono quindi essere ben diversi, a seconda che si considera la resistenza al freddo o la prevenzione dei danni del gelo. Per questo secondo scopo può bastare l'aumento di concentrazione del succo, ma la conservazione della vita a bassa temperatura non si spiega se non si studia il ricambio in quelle condizioni. Così l'effetto delle concimazioni può essere nei due casi ben diverso o diametralmente opposto.

Le mie prove furono condotte con serie di colture in vaso, e cioè in un primo periodo con piante di grano, barbabietola da foraggio e girasole, allevati da gennaio ad aprile in serra fredda, che furono poi esposti a temperature sufficienti per il congelamento; in un secondo periodo con piante di pomodoro e granoturco, allevate da aprile a luglio in una serra soggetta a riscaldarsi durante il giorno fino a 38° C., e poi esposte a temperature un poco superiori a 0°, in modo da escludere il pericolo di congelamento.

Ogni serie constava di 10 vasi, con molte piante ognuno, cui furono somministrati i singoli sali nutritizi nell'ordine seguente, che permette di distinguere l'azione degli ioni più importanti per il ricambio della pianta:

1. Controllo. Acqua di fonte (contenente essenzialmente bicarbonato di calcio).

2. $NaNO_3$ (azoto nitrico; catione di poco o nessun valore alimentare).

3. $(NH_4)_2CO_3$ (azoto ammonico; anione trascurabile).

4. $KHCO_3$ (potassio; anione trascurabile).

5. KNO_3 (potassio e azoto nitrico).

6. KH_2PO_4 (potassio e acido fosforico).

7. $MgSO_4$ (magnesio e acido solforico).

8. Na_2SO_4 (acido solforico; catione di poco o nessun valore alimentare).

9. $NaNO_3$ e KH_2PO_4 (concimazione completa; nitrato, potassio e fosfato).

10. $NaNO_3$ e KH_2PO_4 e $MgSO_4$ (formula completa: potassio, magnesio, azoto, fosforo, solfo).

La calce fu mantenuta eguale in tutti i vasi. $NaNO_3$, KNO_3 e $KHCO_3$ furono forniti in soluzione 0,1 mol., gli altri sali in soluzione 0,05 mol. L'umidità del terreno — reso omogeneo e passato per lo staccio di 2 mm. — fu mantenuta costante, al 30 %. Il n. 8 serviva anzitutto per studiare l'azione osmotica, trattandosi di un sale quasi inerte; il n. 9 aveva concentrazione doppia, il n. 10 concentrazione tripla dei nn. 2-8.

Il raffreddamento ebbe luogo nella cella del frigorifero della R. Stazione. Il frigorifero ha il vantaggio di poter raffreddare insieme un'intera serie di colture, mantenendo costante la temperatura per un tempo a piacere, e di far procedere il raffreddamento o il disgelo con la massima lentezza ed uniformità, se tale si desideri. Per ridurre al minimo la traspirazione, la cella fu tenuta satura di umidità.

Esperienze a temperatura di congelamento.

Il grano e la barbabietola, partendo da una temperatura esterna di 11° C., furono raffreddati a — 4,5°, impiegando 5 ore. Indi si lasciò risalire la temperatura nella cella fino a 6°, ciò che si ottenne in 14 ore, ed allora le piante furono riportate alla temperatura ambiente (11°,5).

Grano. — Soffrirono leggermente le piante della coltura II (nitrato sodico), III (carbonato ammonico) e V (nitrato potassico), un po' di più le colture IX ($NaNO_3$ e KH_2PO_4) e X (tre sali). Ma anche in queste erano piante perfettamente illese. Non è quindi a temersi, che il raffreddamento sia stato eccessivo. Le foglie adulte furono più danneggiate.

Fra la resistenza e la concentrazione molecolare del succo [1] misurata col metodo crioscopico non trovai alcuna relazione. La concentrazione in peso delle sostanze solubili era minore nelle piante dei nn. II, III e V,

[1] Le tabelle troveranno posto nella Memoria estesa.

rispetto alle colture resistenti, maggiore nei nn. IX e X. La proporzione di minerali solubili (cenere pura dell'estratto acquoso) era maggiore nelle colture VII, VIII, IX e X, cioè in rapporto con la concentrazione del liquido ambiente, ma senza alcuna relazione con la resistenza al gelo. Anche l'acidità libera dell'estratto non mostrava relazione con questa resistenza.

Prima del raffreddamento gli zuccheri non erano più abbondanti nelle piante resistenti. Però durante l'esposizione a bassa temperatura essi scomparvero in proporzione maggiore nelle piante che ebbero a soffrire. Nel contempo l'amido fu disciolto in proporzione maggiore nelle piante resistenti, per cui queste, a conti fatti, si trovarono nel momento pericoloso più provviste di zucchero rispetto alle piante non resistenti.

Barbabietola. — Soffrì alla detta temperatura molto più del grano. La massima sofferenza si ebbe nella coltura V (KNO_3), poco minore nella II ($Na\,NO_3$) e III $(NH_4)_2CO_3$, di molto minore nelle colture IV, VII e VIII, trascurabile nelle altre. Qualche foglia gelò anche nelle colture più resistenti. Le foglie adulte furono più danneggiate. Come nel grano, i nitrati, o in generale la ricca fornitura di azoto, depressero la resistenza al gelo, ma non si può dire che la resistenza fosse esaltata dagli altri ioni.

Anche nella barbabietola, la concentrazione molecolare del succo non differiva in proporzione alla resistenza. Però, a differenza del grano, non vi era rapporto neppure con la concentrazione in peso del succo. La proporzione di minerali solubili era maggiore nelle piante meno sviluppate (II, IV, VI) e nelle colture a liquido del terreno più concentrato (VII, VIII, IX, X); quindi nessun rapporto fra salinità del succo e resistenza al gelo. Lo stesso valeva per l'acidità libera.

Gli zuccheri prima del raffreddamento erano più abbondanti nelle colture II ($Na\,NO_3$), V (KNO_3), VII ($Mg\,SO_4$) ed VIII ($Na_2\,SO_4$), cioè in piante poco o molto resistenti, rispetto alle rimanenti colture. Durante il raffreddamento lo zucchero scomparve totalmente in tutte le colture. Ma alla fine del cimento l'amido era scomparso del tutto o quasi nelle piante che restarono danneggiate, mentre ne era rimasto una discreta quantità in quelle resistenti, in talune, anzi, come in quelle delle colture I, IV, VI la digestione dell'amido fu quasi insensibile.

Chimica. — *Ricerche sul gruppo dei tellururi di bismuto* (1). Nota II di M. Amadori, presentata dal Socio G. Ciamician.

La ricerca termica e micrografica delle miscele di trisolfuro e tritellururo di bismuto riferita in una Nota precedente (2) ha mostrato come in quelle condizioni di esperienza, non si formi il solfotellururo naturale, tetradimite, ma un composto di natura diversa, cioè secondo rapporti equimolecolari.

A complemento di quelle ricerche ho studiato termicamente altre miscele di Bi—S—Te: esse riguardano quella parte del sistema ternario che interessa allo scopo delle nostre ricerche e che comprende le composizioni di altri solfotellururi naturali. Lo studio è perciò limitato alle miscele che contengono più del 40 % atom. di bismuto, vale a dire al campo $Bi — Bi_2Te_3 — Bi_2S_3$.

I tre sistemi binari che limitano questa parte del sistema ternario sono noti.

Il sistema $Bi — Bi_2Te_3$ fa parte del sistema bismuto-tellurio studiato da Mönkemeyer (3): Bi solidifica a 267°, Bi_2Te_3 a 573°; essi formano un miscuglio eutettico che solidifica a 261° ed ha la composizione 3 % Bi.

Il sistema $Bi — Bi_2S_3$ fa parte del sistema bismuto-solfo studiato da Aten (4): Bi solidifica a 277°, Bi_2S_3 non fonde inalterato perchè prima di raggiungere la fusione lo solfo in parte sublima: non si può perciò ottenere tale composto per solidificazione di masse di composizione corrispondente: il complesso delle ricerche termiche e micrografiche mostra tuttavia l'esistenza di questo composto la cui temperatura di solidificazione sarebbe superiore a 800°.

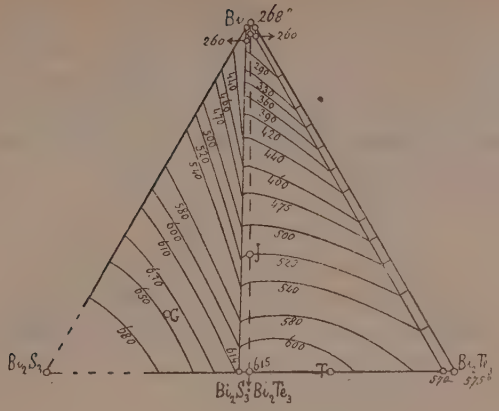
Il sistema $Bi_2S_3 — Bi_2Te_3$ è quello da me studiato e riferito precedentemente: Bi_2Te_3 solidifica a 575°: lo studio del sistema si estende dal tellururo solo fino a miscele con 85 % Bi_2S_3, per la accennata scomposizione del solfuro in miscele più ricche. Si forma il composto $Bi_2S_3 \cdot Bi_2Te_2$ che solidifica a 615°: questo solfotellururo con Bi_2S_3 forma un eutettico che ha la composizione e la temperatura di solidificazione praticamente uguale a quella del solfotellururo, 614°; con Bi_2Te_3 forma un eutettico prossimo nella composizione e nella temperatura di solidificazione al tellururo (97 % Bi_2Te_3 a 570°).

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Padova.
(2) Questi Rendiconti, XXIV, 2° sem., pag. 200 (1915).
(3) Zeit. f. anorg. Chemie, *46*, 415 (1905).
(4) Zeit. f. anorg. Chemie, *47*, 386 (1905).

Fa parte del sistema ternario anche il pseudobinario $Bi_2Te_3 \cdot Bi_2S_3$ — Bi. I dati termici riferentisi a questo sistema sono intercalati agli altri nella tabella complessiva: essi si possono facilmente rilevare essendo nelle miscele relative uguale la quantità di tellurio e di solfo: risulta la formazione di un eutettico pseudobinario che solidifica a 260°, di composizione assai prossima a quella del bismuto: il bismuto solidifica a 268°.

TABELLA.

	% atomici			Inizio di cristallizzazione	Eutettico binario	Eutettico ternario	Durata degli arresti per 25 gr.
	Bi	S	Te				
	40	60	—	?	—	—	—
	»	51	9	712	612	—	50
	»	45	15	685	614	—	90
	»	42	18	670	614	—	1 0
	»	36	24	642	614	—	170
	»	30	30	615	—	—	—
	»	27	33	615	570	—	20
(T)	»	24	36	614	570	—	50
	»	20	40	612	570	—	70
	»	18	42	610	570	—	130
	»	12	48	598	570	—	200
	»	6	54	584	570	—	290
	»	3.6	56.4	?	570	—	350
	»	1.8	58.2	—	570	—	370
	»	0	60	575	—	—	—
	45	44	11	680	560	256	20
	»	33	22	648	578	258	25
	»	27.5	27.5	600	258	—	20
	»	22	33	604	508	256	30
	»	11	44	582	540	258	20
	50	42.5	7.5	670	496	258	40
(G)	»	37.5	12.5	648	534	260	50
	»	30	20	610	558	260	50
	»	25	25	576	260	—	50
	»	20	30	578	450	258	40
	»	10	40	560	520	256	40
	55	36	9	638	468	258	50
	»	22.5	22.5	540	260	—	60
	»	15	30	544	448	260	60
	60	30	10	610	476	260	80
	»	24	15	576	505	260	120
(J)	»	20	20	520	260	—	120
	»	13.33	26.66	516	418	260	100
	»	8	32	508	458	258	70
	70	25	5	574	412	258	130
	»	20	10	538	455	260	170
	»	15	15	472	260	+	190
	»	10	20	465	372	260	140
	»	5	25	458	420	260	130
	80	15	5	495	388	260	210
	»	12	8	470	418	260	230
	»	8	12	425	274	260	260
	»	5	15	416	350	260	230
	90	7.5	2 5	458	310	260	300
	»	5	5	360	260	—	330
	»	2.5	7.5	332	276	260	290
	100	0	0	268	—	—	—



Nella tabella sono riportati nuovamente i dati termici che si riferiscono al sistema $Bi_2S_3 — Bi_2Te_3$ e costituiscono le miscele a 40 % Bi.

Ho ritenuto inutile ripetere lo studio dei sistemi binarî studiati da Mönkemeyer e da Aten; dei dati di questi autori mi sono valso per la costruzione del diagramma: le temperature di solidificazione del bismuto e del tellururo di Mönkemeyer coincidono con le mie: alquanto superiore è la temperatura di solidificazione del bismuto di Aten, ma questa differenza ed altre eventuali della stessa natura non portano differenze notevoli nel complesso.

Nelle miscele ternarie si nota in tutte l'inizio di cristallizzazione, la deposizione dell'eutettico binario e la deposizione dell'eutettico ternario.

Nel diagramma è rappresentato l'andamento generale del sistema; sono date per semplificazione le isoterme di cristallizzazione e linee di separazione dei depositi eutettici.

Gli eutettici binarî si riuniscono in due eutettici ternarî che nella temperatura di solidificazione e nella composizione poco differiscono dal bismuto puro.

La linea di separazione dell'eutettico binario $Bi_2S_3 \cdot Bi_2Te_3 — Bi_2Te_3$ corre assai prossima a quella di separazione del tellururio; la linea di separazione dell'eutettico binario $Bi_2S_3 \cdot Bi_2Te_3 — Bi_2S_3$ praticamente coincide con quella di separazione del composto.

Nel diagramma, per maggior chiarezza della rappresentazione, le curve di separazione degli eutettici binarî tra composto e tellururo e tra composto e solfuro sono tracciate più distanti dalle linee di separazione del tellururo e del composto di quanto in realtà sia. Così pure la posizione degli eutettici binarî e ternarî intorno al bismuto è molto più prossima alla concentrazione del bismuto di quanto non appaia nel diagramma; devesi inoltre osservare che la loro posizione reciproca segnata nella figura è arbitraria, poichè non

può venir stabilita dalle esperienze, trattandosi di un campo assai ristretto che ha una composizione ed una temperatura di solidificazione assai prossime a quelle del bismuto.

Nella tabella e nel diagramma sono segnate con T, G, J le composizioni cui corrispondono la tetradimite, la grunlingite e la ioseite. Come nelle precedenti, anche in queste ricerche non si ha alcun fenomeno che accenni alla formazione di composti ad esse corrispondenti, o che comunque spieghi la natura di detti minerali.

Conclusioni.

I singoli componenti Bi, Bi_2S_3, Bi_2Te_3 ed il composto $Bi_2S_3 \cdot Bi_2Te_3$ si separano dalle miscele fuse allo stato puro o in semplici miscugli eutettici; non si ha formazione di nuovi composti, nè esiste alcun rapporto di miscibilità tra queste sostanze.

Nelle condizioni di esperienza seguite, per via termica, si può affermare che non si hanno fenomeni ai quali si possa attribuire la formazione di sostanze analoghe alla tetradimite, alla grunlingite e alla ioseite.

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

Sabatini V. — *Il rilievo vulcanico generato da uno o da due punti esplosivi.* Pres. a nome del Socio Viola.

Fumaioli G. — *Studî critici di esegesi virgiliana antica.* Pres. a nome del Socio Vitelli e del Corrisp. Savignoni.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Corrisp. Castelnuovo, relatore, a nome anche del Socio Reina, legge una Relazione con la quale si propone la inserzione negli Atti accademici, della Memoria del dott. F. P. Cantelli, intitolata: *Sullo schema lexiano della dispersione ipernormale.*

Le conclusioni della Commissione esaminatrice, messe ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Millosevich presenta le pubblicazioni pervenute in dono all'Accademia, segnalando quelle del Socio Pirotta: *Il Parco nazio-*

nale dell'Abruzzo; del Socio straniero Émile Picard, *Les sciences mathématiques en France depuis un demi-siècle*; e due scritti tecnici del Corrispondente C. Guidi. Ricorda ancora: *I primi abbozzi di carta geologica del Napoletano pubblicati da Michele Tenore nel 1827*, del prof. Meli; e: *Su una nuova specie di Trombidide appartenente ad un nuovo genere supposta parassita, allo stato di larva, delle Cavallette, in Puglia*, di A. Berlese.

Il Socio Paternò fa omaggio della ultima edizione del *Trattato di Chimica organica* del prof. Ch. Moureu, rilevando i pregi di questa pubblicazione e facendone vivi elogi.

CONCORSI A PREMI

Il Segretario Millosevich comunica il seguente

Elenco dei lavori presentati ai concorsi ai premi del Ministero della Pubblica Istruzione, per le *Scienze fisiche e chimiche.*

(Scadenza 31 dicembre 1917. — Due premi di L. 2000 ciascuno).

1. Bonacini Carlo. 1) « Di una camera stenopica e delle sue applicazioni » (ms.). — 2) « Contributi diversi al perfezionamento e alla diffusione delle proiezioni episcopiche » (ms.). — 3) « Sopra il fenomeno del così detto ' Raggio-verde ' » (ms.).

2. Drago Ernesto. 1) « Sull'attrito interno del nickel in campo magnetico variabile » (st.). = 2) « Sulla depolarizzazione della luce » (st.). — 3) « Sull'attrito interno del cobalto e del ferro-nichel nel campo magnetico » (ms.).

3. Marcucci Salvino. 1) « Una curiosa riproduzione di alcune linee equipotenziali magnetiche » (st.). — 2) « Sulla temperatura dei pendii secondo la loro esposizione ad est o ad ovest » (st.). — 3) « Alcune notizie sul clima di Jesi » (st.). — 4) « Intorno alle stagioni locali e alla loro variabilità » (ms.). — 5) « Di una singolare anomalia termica in giugno » (ms.).

4. Quartaroli Alfredo. 1) « Magnetochimica. Applicazioni alla Chimica analitica » (st.). — 2) « Suscettività magnetica dei sali in solventi organici. Sui fattori che determinano la suscettività delle soluzioni » (st.). — 3) « Paramagnetismo e dissimetria chimica. Nota preliminare » (st.). — 4) « Sulla relazione fra il paramagnetismo dei composti e la forma di combinazione » (st.). — 5) « Magnetochimica. Applicazioni alla Chimica analitica. Nota 2ª » (ms.). — 6) « Sul significato della suscettività magnetica delle soluzioni. Lo stato nucleare nelle soluzioni » (ms.).

5. Sanna Andrea, 1) « Confronto chimico tra due prodotti di latte fermentato » (st.). — 2) « Decomposizione fotochimica della essenza di senape » (ms.). — 3) « Decomposizione fotochimica dei solfocianuri » (ms.).

6. Stefanini Annibale. 1) « Per la fisiologia dell'organo uditivo » (st.). — 2) « Quante vibrazioni occorrono per riconoscere un suono? » (st.). — 3) « Fenometro a sfere urtantesi per misure assolute del potere uditivo » (st.). — 4) « Acumetro telefonico a induzione sinusoidale » (ms.). — 5) « Reotomo con movimento pendolare » (st.). — 6) « Sul potere discriminativo dell'orecchio pei suoni e pei rumori » (ms.). — 7) « Sulla funzione dei due orecchi nell'ascoltazione dei suoni » (ms.).

7. Tenani Mario. 1) « Sullo spoglio dei diagrammi dei meteorografi » (st.). — 2) « Nuovo metodo di misura dei moti orizzontali e verticali dell'atmosfera per mezzo di un pallone pilota frenato » (st.). — 3) « Intorno alla utilizzazione dei sondaggi dell'alta atmosfera agli scopi della previsione del tempo » (st.). — 4) « Misura della velocità del vento e dell'angolo di pilotaggio durante il volo » (ms.). — 5) « Metodo e tabella per la correzione della rotta dalla deviazione dovuta al vento » (ms.). — 6) « Strumenti e metodi di navigazione aerea » (st.). — 7) « L'indicatore di rotta 'Crocco' e sue principali applicazioni » (st.). — 8) « Sulla misura barometrica delle altezze per scopo aeronautico » (ms.). — 9) « Lo stato presente della nostra conoscenza della temperatura dell'alta atmosfera in Italia » (ms.). 10) « Strumenti di puntamento per bombardamento aereo » (ms.).

E. M.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 3 febbraio 1918.

Barraclough H. E. — The War Australia and the engineer (Reprinted from the « Engineering Association of N. S. W. », vol. XXX). Sydney, 1915. 8°, pp. 1-32.

Berlese A. — Su una nuova specie di Trombidide appartenente ad un nuovo genere supposta parassita, allo stato di larva, delle Cavallette, in Puglia (Estr. dal « Redia », vol. XIII, pp. 93-97). Firenze, 1918. 8°.

Checchetti G. — Risoluzione grafica delle equazioni. Milano, 1917. 8°, pp. 1-23.

Guidi C. — Sui ponti ad arco in cemento armato (Estr. dagli « Atti della Reale Accad. delle Scienze di Torino », volume LII, pp. 987-995. Torino, 1917. 8°.

Guidi C. — Sull'impiego dell'acciaio nelle costruzioni in luogo del ferro omogeneo (Estr. dal « Giornale del Genio »). Torino, 1917, fol.

Malenotti E. — Nuovi Calciditi (Estr. dal « Redia », vol. XIII, pp. 77-92). Firenze, 1918. 8°.

Meli R. — I primi abbozzi di carta geologica del Napolitano pubblicati da Michele Tenore nel 1827 (Estr. dal « Bollettino della R. Società geografica italiana ». Roma, 1917. 8°, pp. 1-20.

Moureau Ch. — Notions fondamentales de Chimie organique. Paris, 1917. 8°, pp. 1-548.

Perotti R. — Depurazione ed utilizzazione delle acque cloacali di Roma a scopo industriale ed agricolo. Roma, 1917. 4°, pp. 1-7.

Perotti R. — Su la fermentazione del mosto di banane (Estr. da « Le Stazioni sperimentali agrarie italiane », vol. L, pp. 433-450). Modena, 1917. 8°.

Picard E. — Les Sciences mathématiques en France depuis un demi-siècle. Paris, 1917. 8°, pp. 1-24.

Pirotta R. — Il Parco nazionale dell'Abruzzo. Roma, 1917. 8°, pp. 1-30.

Rivera V. — Su la fermentazione del mosto di banane (Estr. da « Le Stazioni sperimentali agrarie italiane », vol. L, pp. 433-450). Modena, 1917. 8°.

Trespailhié O. L. — La Odóstica, teoria fisica de los olores. Buenos Aires, 1917. 8°, pp. 1-6.